

Prof. Lucio Araneo  
Politecnico di Milano  
Versione del file: v2a, data: 12 Giugno 2023

### Programma per Ingegneri Industriali

Data	Orario	ARGOMENTI Con calendario provvisorio	Note, esercizi svolti
30 mag	11-13	Cicli termodinamici, ideali e reali. Rendimenti di compressore e turbine, cicli Joule Bryton e Otto.	teoria Bryton
30 mag	16-18	Esercizi su cicli termodinamici	teoria Otto. Es 16.7 e 16.6
31 mag	14-16	Cicli frigoriferi. Con esercizi	TE27
6 giu	11-13	Esercizi su cicli termodinamici in generale	14b.1, 14a.7, $\eta\beta$ ,
7 giu	14-16	Esercizi su sistemi fluenti	14a.8, 14b.12, 14b.13, TE26
13 giu	11-13	Esempi ed esercizi di riepilogo su trasmissione del calore. Alette	TE1, 3b.E 3c.11 3d.13

### Programma per Ingegneri Civili Ambientali Edili

Data	Orario	ARGOMENTI Con calendario provvisorio	Note
31 mag	16-18	Cicli frigoriferi. Con esercizi	15b.4
1 giu	16-18	Pompe di calore. Con esercizi	
6 giu	14-16	Ventilazione meccanica controllata	UTA, perdite carico, TE28
7 giu	16-18	Esercizi su sistemi fluenti	7p24, 8p24, 12p25, 13p26,
8 giu	16-18	Dimensionamento impianti: reti di distribuzione e pompe di circolazione	Perdite carico pag30/31
13 giu	14-16	Condensa di parete. Diagramma di Glaser	Es Excell

Verifica per compatibilità di stampa: 5 lettere accentate à è ì ò ù, 5 lettere greche  $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon$   
23 simboli  $\leftrightarrow \Leftrightarrow \uparrow \downarrow \rightarrow \rightarrow \infty \{ \} \pm \sqrt{\sim} \div \cong \propto \approx \neq \leq \geq f \partial \int \bullet$

Copyright: è permesso il download da siti istituzionali del Docente per uso didattico personale.  
Sono vietati l'upload, anche parziale, su siti di sharing, e qualunque uso commerciale.

## Indice

Programma per Ingegneri Industriali .....	1
Programma per Ingegneri Civili Ambientali Edili.....	1
Indice .....	2
Tabella: viscosità di alcuni fluidi.....	3
Tabella: caratteristiche fisiche di alcune sostanze di uso comune .....	3
3b Conduzione in regime stazionario, pareti piane e cilindriche: esercizi.....	5
3c Lastra con generazione interna, caso stazionario, esercizi .....	7
3d Alettature, barre. (complementi al libro di testo).....	9
4 Conduzione in regime variabile, casi a parametri concentrati $T=T(t)$ .....	11
6 Convezione forzata .....	13
9a Scambiatori di calore, metodo $\Delta T_{ML}$ , esercizi .....	15
14a Sistemi aperti (transitori e stazionari).....	17
14b Dispositivi a flusso stazionario .....	20
15b Macchine termodinamiche operatrici .....	22
16 Cicli a gas .....	23
19a Flussi incomprimibili e perdite di carico in condotti .....	27
Equazione di Bernoulli .....	27
Tubo (o condotto) Venturi .....	27
Tubo di Pitot .....	28
Ugello .....	29
Portata di un ugello .....	29
Valvola.....	29
Perdite di carico .....	30
Curve caratteristiche, punto di lavoro .....	31
19b Impianti idraulici, esercizi .....	31
20 Temi d'esame .....	33

**Tabella: viscosità di alcuni fluidi**

Fluidi a 27°C	Viscosità		Tensione sup.* (dyn/cm=mN/m)
	Shear rate (s <sup>-1</sup> )	Viscosità (cP=mPa.s)	
Liquidi newtoniani			
Acqua	225-450	1.0	73
Olio vegetale	22-45	42	33.5
Coca Cola	90-450	1.4	50
Latte intero	225-450	2	48
Latte scremato	225-450	1.3	50

\* All'interfaccia con l'aria.

1 dyn = 0.000 01 N

1 dyn/cm = 0.001 N/m

**Tabella: caratteristiche fisiche di alcune sostanze di uso comune**

Fluido	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (10 <sup>-2</sup> g/cm*s) (10 <sup>-3</sup> kg/m*s)	$\nu$ (10 <sup>-2</sup> cm <sup>2</sup> /s) (10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s)	$\sigma^*$ (dyn/cm)	$k(\lambda)$ (W/m*K)	$c_p$ (J/kg*K)	$\alpha$ (10 <sup>-2</sup> cm <sup>2</sup> /s) (10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s)
<b>Gas a 300K, 1 Atm</b>							
Aria	1.16	0.0185	15.9		0.0263	1010	22.5
NH <sub>3</sub>	0.692	0.0103	14.8		0.0246	2298	15.5
CO <sub>2</sub>	1.789	0.0149	8.40		0.0166	852	10.9
CH <sub>4</sub>	0.644	0.0111	17.3		0.0342	2240	23.7
N <sub>2</sub>	1.12	0.0178	15.10		0.0259	1040	22.1
H <sub>2</sub>	0.0819	0.00896	109		0.182	14320	155
O <sub>2</sub>	1.31	0.0200	11.6		0.027	911	22.6
<b>Liquidi a 300K</b>							
Acetone	782	0.331	0.423	24	0.169	2180	0.0991
Acqua	988	1.002	1.014	73	0.600	4180	0.143
Acqua, 100°C	958	0.279	0.291	59	0.670	4220	0.168
Alcol etilico	802	1.05	1.31	22.5	0.168	2460	0.0853
Alcol metilico	785	0.53	0.675	23	0.200	2480	0.103
Benzene	881	0.58	0.658	29	0.144	1730	0.0945
Glicerina	1260	1490	1200	63	0.287	2380	0.95
Mercurio	13'500	1.51	0.114	435	8.58	139	4.56
Olio d'oliva	916	84	91.7	35			
Olio SAE-5W-30	860	96.3	112	36.5	0.138	1850	0.0867
Olio SAE-10W-30	872	108	124	35	0.136	1840	0.0855
Propanolo	803	1.72	2.14	24	0.154	2477	0.0774

Fattore di comprimibilità Z [https://it.wikipedia.org/wiki/Fattore\\_di\\_comprimibilit ](https://it.wikipedia.org/wiki/Fattore_di_comprimibilit )

Pressione e temperatura critiche: [https://it.wikipedia.org/wiki/Temperatura\\_critica](https://it.wikipedia.org/wiki/Temperatura_critica)

sostanza	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (10 <sup>-2</sup> g/cm*s) (10 <sup>-3</sup> kg/m*s)	$\nu$ (10 <sup>-2</sup> cm <sup>2</sup> /s) (10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s)	$\sigma^*$ (dyn/cm)	k ( $\lambda$ ) (W/m*K)	$c_p$ (J/kg*K)	$\alpha$ (10 <sup>-2</sup> cm <sup>2</sup> /s) (10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s)
<b>Solidi a 300K</b>							
Acciaio inox	7500-8000				14-18	477	4.0
Acciaio	7850				50-60	440	
Alluminio	2702				236	902	97
Alluminio leghe	2700				170-200	900	
Argento puro	10490				430	232	
Cromo	7160				95	451	29
Ferro puro	7870				83	440	23
Nichel	8900				90	440	
Oro	19250				320	128	
Piombo	11300				35	129	
Platino	21400				70	130	
Rame	8930				400	385	116
Uranio	19070				27	116	12
Argilla	1500				1.4	880	1.1
Calcestruzzo	2400				2.3	1100	
Ceramica	2000				1.2	800	
Ceramica Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3800				23-30	900	
Granito	2640				3.0	800	1.4
Mattone	1600				0.7	840	0.52
Sabbia	1500				0.3	800	0.25
Vetro da finestra	2700				0.84	800	0.39
Vetro Pyroceram	2600				4.1	810	1.9
Zaffiro sintetico	3990				36	755	
Carbone	1370				0.24	1260	0.14
Diamante	3500				1600		
Grafite	2100-2200				4.9		
Legno compensato	550				0.12	1200	0.18
Legno di quercia	600				0.17	2400	0.12
Plexiglass	1180				0.19		
Sughero	160				0.043	1900	0.14
Ghiaccio	920				2.2	2000	1.2
Lana	200				0.038		
Pelle umana					0.37		
Polipropilene	920				0.22		
Polistirene esp.	50				0.025		
Plexiglas	1180				0.19		

Tutte le unità di misura <http://www.ibiblio.org/units/>

Tabelle termodinamiche <http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/>

### 3b Conduzione in regime stazionario, pareti piane e cilindriche: esercizi

1) Determinare il flusso termico areico che attraversa una parete piana indefinita composta da due strati: il primo ha spessore  $s_1 = 25$  cm e conduttività termica  $k_1 = 8$  W/m.K mentre il secondo ha spessore  $s_2 = 12$  cm e conduttività termica  $k_2 = 10$  W/m.K. Le due superfici esterne della parete sono rispettivamente a temperatura  $T_1 = 120$  °C e  $T_2 = 20$  °C.

#### Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario

Legge: flusso conduttivo per lastra piana  $Q'_{\text{cond}} = -\Delta T / (S / \lambda A)$  flusso areico  $\Phi$  è  $Q'$  per  $A=1\text{m}^2$

$$\Phi = |\Delta T| / R_{\text{tot}} \quad R_1 = S_1 / \lambda_1 A_1 = 0.25 / 8 = 0.03125 \quad R_2 = S_2 / \lambda_2 A_2 = 0.12 / 10 = 0.012$$

$$\Phi = |\Delta T| / (R_1 + R_2) = 100 / (0.03125 + 0.012) = 100 / 0.04325 = 2312 \text{ [W/m}^2\text{]}$$

$$\Phi = |\Delta T_1| / R_1 \Rightarrow |\Delta T_1| = \Phi * R_1 = 2312 * 0.03125 = 72.3 \text{ °C}$$

$$|\Delta T_2| = |\Delta T_{\text{tot}}| - |\Delta T_1| = 100 - 72.3 = 27.7 \text{ °C}$$

2) Determinare la resistenza termica complessiva di una parete piana di superficie  $S = 4$  m<sup>2</sup> e realizzata con due strati di spessore  $s_1=s_2= 20$  di materiali di conduttività termica  $\lambda_1= 20$  W/m.K e  $\lambda_2 = 4$  W/m.K rispettivamente. Sulla superficie interna si ha un coefficiente convettivo  $h_i = 100$  W/m<sup>2</sup>K mentre sulla superficie esterna si ha un coefficiente convettivo  $h_e = 30$  W/m<sup>2</sup>K.

#### Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario

Legge: somma di resistenze termiche  $R_{\text{TOT}} = \Sigma R_i = 1/h_i A + L_1/\lambda_1 A + L_2/\lambda_2 A + 1/h_e A =$

$$1/4 * (1/100 + 0.2/20 + 0.2/4 + 1/30) = 0.0258 \text{ [K/W]}$$

3) Determinare la resistenza termica di una parete piana multistrato di superficie  $S = 3$  m<sup>2</sup> realizzata con materiali di spessori e conduttività termica noti.

$L_1 = 0.5\text{cm}$ ;  $\lambda_1 = 0.2$  W/m.K;  $L_2 = 10$  cm;  $\lambda_2 = 3.7$  kcal/m.h.K;  $L_3 = 10$  mm;  $\lambda_3 = 2$  W/m.K.

#### Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario

$\lambda_2 = 3.7$  kcal/m.h.K \* 4180 J/kcal \* 1/3600 h/sec = 4.3 W/m.K (non milliKelvin!)

$$R_{\text{TOT}} = \Sigma R_i = 1/A (0.005/0.2 + 0.1/4.3 + 0.01/2) = 1/3 * 0.053 = 0.01775 \text{ [K/W]}$$

4) La parete di un forno ha uno spessore  $s = 20$  cm di materiale refrattario con conduttività termica pari a  $K_r = 12$  W/m.K ed è isolata con materiale composito con conduttività termica pari a  $K = 0.3$  W/m.K. La temperatura della superficie interna del forno è di 900 °C, mentre quella dell'aria esterna è di 25 °C. Nell'ipotesi che il forno sia a regime e che il coefficiente di scambio convettivo sia pari a 10 W/m<sup>2</sup>K, determinare:

- lo spessore di isolamento necessario affinché il flusso termico disperso dal forno sia minore di  $Q = 800$  W/m<sup>2</sup>;
- la temperatura raggiunta dalla superficie esterna dell'isolamento.

#### Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario ( $Q'$  costante, non c'è termine di accumulo)

Noto  $\Delta T = 900 - 25 = 875$ , e il flusso  $Q$  si sa che  $Q = \Delta T / R_{\text{TOT}}$  da cui  $R = 875/800 = 1.1$  K/W.

$R_{\text{TOT}} = \Sigma R_i$  (specifiche per area unitaria) =  $L_1/\lambda_1 + L_2/\lambda_2 + 1/h$  da cui

$$1.1 = 0.2/12 + L_2/0.3 + 1/10 \quad \text{da cui } L_2 = 0.3 * (1 - 1/60) = 0.295 \text{ m}$$

$$Q = \Delta T_i / R_i \quad \text{da cui } \Delta T_3 = Q * R_3 = 800 * 1/10 = 80 \quad \text{da cui } Q_{\text{sup}} = 80 + 25 = 105 \text{ °C}$$

5) Determinare la resistenza termica complessiva di un condotto cilindrico di lunghezza  $L = 10$  m, diametro interno  $D_i = 4$  mm e spessore  $s = 1$  mm, realizzato in un materiale avente conduttività termica  $k = 25$  W/(m·K).

#### Soluzione

Ipotesi: geometria cilindrica, stato stazionario ( $Q'$  costante, non c'è accumulo)

$$Q' = -\lambda A \frac{dT}{dr} \quad Q' / (-2 \pi r \lambda) \int 1/r \, dr = \int dt \quad Q' = (T_1 - T_2) / [\ln(r_2/r_1) / (2 \pi L \lambda)]$$

$$R = \ln(3/2) / (2 \pi 10 \cdot 25) = 0.495 / (500 \pi) = 0.0002583 = 0.000258 \text{ [K/W]}$$

6) Sia dato un cilindro indefinito cavo con raggio interno  $R_1 = 10 \text{ cm}$  e raggio esterno  $R_2 = 15 \text{ cm}$  realizzato con materiale di conduttività termica  $k = 10 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ . La superficie interna del cilindro ha una temperatura  $T_1 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$  mentre sulla superficie esterna è  $T_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Si chiede di determinare l'espressione della distribuzione di temperatura ed il valore di questa per  $r = 12 \text{ cm}$ .

### Soluzione

Ipotesi: geometria cilindrica, stato stazionario ( $Q'$  costante, accumulo nullo)

$$Q' = -\lambda A \frac{dT}{dr} \quad \text{separo le variabili (T r) e integro} \quad \int Q' / (2 \pi L \lambda r) \, dr = \int -dt$$

$$Q' / (2 \pi L \lambda) \ln r/r_1 = T_1 - T$$

Se  $r=r_2 \Rightarrow Q' / (2 \pi L \lambda) = (T_1 - T_2) / \ln(r_2/r_1)$  prendo il blocco  $Q'$  e sostituisco nella riga prima

$$(T_1 - T_2) / \ln(r_2/r_1) * \ln r/r_1 = T_1 - T \Rightarrow T = T_1 - (T_1 - T_2) / \ln(r_2/r_1) * \ln r/r_1$$

$$T_{12\text{cm}} = 120 - (120-20) / \ln(15/10) * \ln 12/10 = 120 - 100*0.18/0.40 = 75^\circ\text{C}$$

### Soluzione 2 per il profilo T(r)

La soluzione integrale  $Q' = -\Delta T / R_{\text{cil}}$  vale per lo spessore intero, come per qualunque spessore parziale da  $r_1$  dove c'è  $T_1$  a  $r$  (variabile) dove c'è  $T(r)$ .

$$Q' = - (T_2 - T_1) / \ln(r_2/r_1) / 2 \pi L \lambda = - (T(r) - T_1) / \ln(r/r_1) / 2 \pi L \lambda$$

Mi interessa l'uguaglianza, semplifico e resta :  $(T_2 - T_1) / \ln(r_2/r_1) = (T(r) - T_1) / \ln(r/r_1)$

$$\text{cioè } T(r) - T_1 = (T_2 - T_1) * \ln(r/r_1) / \ln(r_2/r_1)$$

7) Determinare il raggio critico di isolamento per un condotto in acciaio rivestito da uno strato di isolante ed immerso in un fluido con coefficiente convettivo  $h = 15 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Sono note le proprietà dell'acciaio e dell'isolante:  $K_{\text{acc}} = 15 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ,  $\rho_{\text{acc}} = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_{\text{acc}} = 1 \text{ kJ/kgK}$ ,  $K_{\text{is}} = 0.3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ,  $\rho_{\text{is}} = 1200 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_{\text{is}} = 0.6 \text{ kJ/kgK}$ .

### Soluzione

Ipotesi: geometria cilindrica, stato stazionario

$$Q'_{\text{cond}} = -\Delta T / R_{\text{TOT}} \quad Q' = (T_1 - T_2) / [\ln(r_2/r_1) / (2 \pi L \lambda)] \text{ si vede } R_{\text{COND}} \quad R_{\text{CONV}} = 1/hA$$

$$R_{\text{TOT}} = [\ln(r_2/r_1) / (2 \pi L \lambda)] + 1/(h 2 \pi L r_2) \text{ è massima quando la derivata è 0. Varia } r_2 \Rightarrow$$

$$\partial R_{\text{TOT}} / \partial r_2 = 1/(2 \pi L) [1/\lambda * r_1/r_2 * 1/r_1 + 1/h (-1/r_2^2)] = 0$$

$$[1/\lambda * 1/r_2 - 1/(h r_2^2)] = 0 \Rightarrow 1/\lambda = 1/(h r_2) \Rightarrow r_2 = \lambda / h \text{ !! (nota: indipendente da } r_1)$$

$$\text{solo acciaio } \lambda_{\text{ACC}} = 15, r_{\text{CR}} = 15 / 15 = 1 \text{ m, isolante } \lambda_{\text{IS}} = 0.3, r_{\text{CR}} = 0.3 / 15 = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

8) In un tubo di acciaio di 8 cm di diametro interno e con uno spessore di parete di 5.5 mm (conduttività termica  $\lambda = 47 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ) la temperatura della superficie interna è  $250 \text{ }^\circ\text{C}$ . Il tubo è coperto con uno strato di 9 cm di isolante con conduttività termica di  $0.5 \text{ W/m} \cdot \text{K}$  seguito da un altro strato di 4 cm di isolante con conduttività termica di  $0.25 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ . La temperatura della superficie più esterna dell'isolante è di  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Determinare:

- la potenza termica dissipata per unità di lunghezza del tubo;
- le temperature alle due interfacce

### Soluzione

Ipotesi: geometria cilindrica, stato stazionario ( $Q'$  costante, accumulo nullo)

Raggio	$\lambda$	$R = \ln(r_2/r_1)/(2 \pi \lambda L)$	$\Delta T_i = Q' R_i$	T
$r_1 = 0.04$	47	0.00044	0.2°C	250
$r_2 = 0.0455$	0.5	0.348	155.9	249.8
$r_3 = 0.1355$	0.2	0.165	73.9	93.9
$r_4 = 0.1755$				20
		$R_{\text{tot}} = 0.513$	$\Delta T_{\text{TOT}} = 230$	

$$Q' = \Delta T / R_{\text{TOT}} = 230 / 0.513 = 448.6 \text{ W/m (potenza dissipata da un tubo lungo 1 metro)}$$

$$\Delta T_{12} = Q' R_1 = 448.6 * 0.00044 = 0.2 \quad \Delta T_{23} = Q' R_2 = 448.6 * 348 = 155.9$$

9) Una parete piana di  $10 \text{ m}^2$  è costituita da uno strato esterno di mattoni (conducibilità  $\lambda_1 = 0.72 \text{ W/m.K}$ , spessore  $L_1 = 35 \text{ cm}$ ), da uno di isolante ( $\lambda_2 = 0.08 \text{ W/m.K}$ ,  $L_2 = 3 \text{ cm}$ ), e da uno di intonaco ( $\lambda_3 = 0.25 \text{ W/m.K}$ ,  $L_3 = 1 \text{ cm}$ ). All'esterno si trova aria a  $0^\circ\text{C}$  ( $h_{\text{est}} = 15 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ ), all'interno aria a  $26^\circ\text{C}$  ( $h_{\text{int}} = 5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ ). Determinare la potenza dissipata. Disegnare l'andamento della temperatura con i valori intermedi. [ $P=223 \text{ W}$ ,  $T_{1 \rightarrow 5} = 0, 1.5, 12.3, 20.7, 21.5, 26^\circ\text{C}$ ]

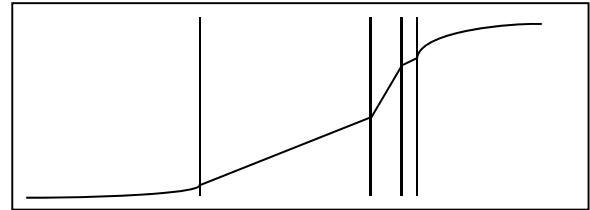
**Traccia 6 febbraio 2003**

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario

$$Q = \Delta T / R_{\text{TOT}} [\text{W}] \quad R_{\text{TOT}} = \sum R_{\text{conv}} + \sum R_{\text{cond}} =$$

$$= 1/h_1 A + L_1/\lambda_1 A + L_2/\lambda_2 A + L_3/\lambda_3 A + 1/h_2 A$$

$$\Delta T_i = Q \cdot R_i$$



10) Un tubo cilindrico di acciaio (conducibilità  $\lambda_{\text{acc}} = 60 \text{ W/m.K}$ ) ha diametro interno  $5 \text{ cm}$  e spessore  $4 \text{ mm}$ , è coibentato con uno strato di  $3 \text{ cm}$  di isolante ( $\lambda_{\text{is}} = 0.3 \text{ W/m.K}$ ). La temperatura della superficie interna del tubo è  $100^\circ\text{C}$ , all'esterno si trova aria a  $20^\circ\text{C}$  (convezione  $15 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ ). Determinare la perdita di calore per metro di tubo, e il raggio critico dell'isolante spiegandone il significato. [ $Q' = 143.5 \text{ W/m}$ ,  $R_{\text{CR}} = 2 \text{ cm}$ ]

**Traccia 6 febbraio 2003**

$$q = \Delta T / R_{\text{TOT}} [\text{W/m}] \quad R_{\text{TOT}} = \sum R_{\text{cond}} + R_{\text{conv}} = \ln(r_2/r_1)/2\pi\lambda_{\text{acc}} + \ln(r_3/r_2)/2\pi\lambda_{\text{is}} + 1/h_2 2\pi r_3$$

$$\Delta T_i = Q \cdot R_i \quad R_{\text{cr}} = \lambda_{\text{is}}/h \text{ è quello che minimizza la resistenza termica, (max. dispersione)}$$

### 3c Lastra con generazione interna, caso stazionario, esercizi

11) Uno strato piano di rifiuti, di spessore  $L = 2 \text{ m}$ , è esposto all'aria in superficie, e può essere assunto termicamente isolato sul fondo. A causa delle reazioni chimiche di ossidazione che hanno luogo nello strato, si ha una generazione interna di calore pari a  $q' = 20 \text{ W/m}^3$ . Determinare la distribuzione di temperatura all'interno del materiale in regime stazionario, ed effettuare una stima del tempo necessario per arrivare a regime. Dati materiale: densità  $\rho = 100 \text{ kg/m}^3$ , conduttività termica  $k = 0.1 \text{ W/(m K)}$ , calore specifico  $c_p = 2000 \text{ J/kg}$ , temperatura dell'aria  $T_a = 35^\circ\text{C}$ , coefficiente convettivo  $h = 10 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$

**Soluzione**

Ipotesi: geometria piana, stato finale stazionario, transitorio iniziale

La potenza smaltita per metro quadro di superficie corrisponde a quella prodotta dai 2 metri cubi di materiale sottostante, quindi  $40 \text{ W/m}^2$ . Per smaltire tali  $40 \text{ W}$  con un coefficiente di convezione  $h=10$  è necessario un  $\Delta T$  calcolato così:  $Q' = h A \Delta T_{\text{convettivo}}$  da cui  $\Delta T_{\text{convettivo}} = 40/10 = 4^\circ\text{C}$ . La temperatura in superficie è quindi di  $39^\circ\text{C}$ . La temperatura dentro allo strato ha andamento parabolico, con il massimo a terra sotto 2 metri di spessore di rifiuti, e  $\Delta T$  di valore  $\Delta T_{\text{conduttivo}} = q' L^2/2k = 20 \cdot 2^2 / 2 \cdot 0.1 = 400^\circ\text{C}$ . A regime la temperatura a terra raggiungerebbe i  $439^\circ\text{C}$ , per cui prima di tale valore si avrebbero dei cambiamenti nelle ipotesi dovuti a: evaporazione dell'acqua presente, reazioni chimiche di decomposizione, autoaccensione dei materiali combustibili.

La velocità di innalzamento della temperatura si può calcolare nelle fasi iniziali così: la massa di  $1 \text{ m}^3$  è di  $100 \text{ kg}$ , richiede  $100 \text{ kg} \cdot 2000 \text{ J/kg.K} = 200'000 \text{ J}$  per aumentare di  $1^\circ$  di temperatura, dati i  $20 \text{ W}$  a disposizione ci impiega quindi  $200'000/20 = 10'000$  secondi, cioè circa  $2 \text{ h} 45'$ . Cioè l'innalzamento è di circa  $8.7$  gradi/giorno. Il tempo per arrivare a  $439^\circ\text{C}$  (se si potesse) e senza dispersione sarebbe quindi di  $2.75 \text{ h/}^\circ\text{C} \cdot 400^\circ\text{C} = 1111 \text{ ore} = 46 \text{ giorni}$ , questo è quindi il tempo caratteristico del sistema. Con dispersione (sempre se fosse possibile) quindi si arriverebbe a regime dopo circa 3 volte il tempo caratteristico, quindi dopo 4-5 mesi. In realtà già a  $T=100^\circ\text{C}$  non si ha più  $c_p = \text{cost}$ , in quanto si ha l'evaporazione dell'acqua, quindi la curva diverrà orizzontale.

12) Un vetro (spessore 7 mm,  $k = 1.4 \text{ W/m.K}$ ) è investito dai raggi solari ( $1000 \text{ W/m}^2$ ) e ne assorbe la metà. Determinare la temperatura del vetro. Ipotizzare condizioni convettive uguali su entrambi i lati ( $h=15 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $T_{\text{aria}} = 25^\circ\text{C}$ ).

**Soluzione**

Il vetro assorbe 500W, che cede all'ambiente per convezione. Ogni faccia da  $1 \text{ m}^2$  cede quindi 250W, per cui il  $\Phi_{\text{convettivo}} = h \Delta T$  da cui  $\Delta T = 250/15 = 16.66^\circ\text{C}$  alla superficie in più rispetto all'aria. Il vetro raggiunge quindi i  $41.7^\circ\text{C}$  sulla superficie. La distribuzione di temperatura all'interno è parabolica con massimo al centro (simmetria) e  $\Delta T = q' L^2 / 2k$ . Il valore di  $q'$ , ipotizzando l'assorbimento omogeneo, risulta di  $500 [\text{W/m}^2] / 0.007 [\text{m}] = 71'428 \text{ W/m}^3$ , da cui  $\Delta T = 71'428 \cdot 0.0035^2 / (2 \cdot 1.4) = 0.3^\circ\text{C}$ , quindi trascurabile.



### 3d Alettature, barre. (complementi al libro di testo)

Alette: calcolo del profilo di temperatura, **metodo analitico (stazionario, 1D)**

Nella convezione si ha:  $Q' = h A (T - T_\infty)$

Per incrementare il flusso  $Q'$ , o diminuire il  $\Delta T$ , posso incrementare il coefficiente di convezione  $h$  ( $\rightarrow$  ventilazione forzata) oppure l'area di scambio  $A$  ( $\rightarrow$  alettature)

$$Q' = \Delta T / \left( \frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{h_e A_e} + \frac{L}{kA} \right) \text{ se una delle resistenze è preponderante, è su quella che bisogna agire}$$

Simbologia (e disegno)  $T_0 = T_{\text{base}} = T_{\text{Parete}}$ ,  $T_{\text{Gas}} = T_\infty$ , convezione  $h$ , profilo di temperatura  $T(x)$ , conducibilità  $k = \lambda$ . Pensare al manico di una padella, lungo e a sezione costante.

Ipotesi  $h = \text{costante (!)}$ ,  $k = \text{costante } (\sim)$ ,  $T(x)$  non  $T(y)$  (profili piatti – in realtà un po' arcuati), sezione costante  $A = A_t = A_b$  ( $A$  area trasversale=base)  $P$ =perimetro.

Bilancio termico per il generico elemento lungo l'alettatura (stazionario)

$Q'(x) = -k A_t dT/dx|_x$  è il flusso entrante dalla parte precedente di aletta

$Q'(x+dx) = -k A_t dT/dx|_{x+dx} = -k A_t (dT/dx|_x + d^2T/dx^2|_x dx)$  è il flusso uscente verso il resto

$Q'_{\text{conv}} = h P dx (T(x) - T_\infty)$  è lo smaltimento per convezione lungo la sup. laterale del tratto  $dx$

Bilancio globale  $-k A_t dT/dx|_x = -k A_t (dT/dx|_x + d^2T/dx^2|_x dx) + h P dx (T(x) - T_\infty)$

$d^2T/dx^2 = h P / k A_t (T - T_\infty)$  chiamo  $(T - T_\infty) = \theta$   $m^2 = h P / k A_t$  e ottengo

$$d^2\theta/dx^2 = m^2 \theta.$$

Equazione differenziale  $\theta'' = m^2 \theta$  che ammette come soluzioni particolari

$\theta = C_1 e^{-mx}$ . e  $\theta = C_2 e^{+mx}$ . (provare la verifica). Quindi ogni combinazione lineare delle due soluzioni è anche soluzione

$$\theta = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{+mx}.$$

Aggiungo le condizioni al contorno per trovare  $C_1$  e  $C_2$ .

Caso limite interessante: se  $k=\infty$ , allora  $C_2=0$ ,  $C_1=\theta_0$ , l'aletta è isoterma. Anche nel caso  $h=0$ .

Non esiste  $A=\infty$  senza che sia anche  $P=\infty$ , quindi non esiste questo caso limite

**Caso di aletta infinitamente lunga** per cui  $T_\infty = T_{\text{gas}}$  cioè  $\theta_\infty=0$ , risulta  $C_2=0$ ,  $C_1=\theta_0$   $\theta = \theta_0 e^{-mx}$ .

$$\theta = \theta_0 e^{-\sqrt{\frac{hP}{kA_t}} x}$$

permette di valutare anche il flusso totale disperso dall'aletta:

Si può integrare lungo tutto il profilo dell'aletta  $Q' = \int_0^L h P dx \theta$ , è più complicato

Oppure valutare il flusso alla base  $Q' = -k A_t dT/dx$

$$Q' = -k A_b \theta_0 e^{-\sqrt{\frac{hP}{kA_t}} x} \sqrt{\frac{hP}{kA_t}} = +\sqrt{hPkA_t} (T_0 - T_\infty)$$

Senza aletta il flusso sarebbe  $Q' = h A_b (T_0 - T_\infty)$ , per guadagnarci deve essere (suppongo  $A_t=A_b$ )

$$\sqrt{hPkA_t} > hA_t \rightarrow \sqrt{Pk/hA_t} > 1 \rightarrow Pk > hA$$

Caso di aletta corta, **estremità adiabatica**

$$\theta = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{+mx}.$$

$$\begin{cases} x=0, \theta = \theta_0 \rightarrow & \theta_0 = C_1 + C_2 \\ x=L, d\theta/dx=0 \rightarrow & \theta' = -m C_1 e^{-mL} + m C_2 e^{+mL} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1/\theta_0 + C_2/\theta_0 = 1 \\ -C_1/\theta_0 e^{-mL} + C_2/\theta_0 e^{+mL} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2/\theta_0 = 1 - C_1/\theta_0 \\ -C_1/\theta_0 e^{-mL} + (1 - C_1/\theta_0) e^{+mL} = 0 \end{cases} \quad e^{mL} + C_1/\theta_0 (e^{-mL} + e^{+mL}) = 0$$

ottengo  $\frac{C_1}{\theta_0} = \frac{e^{+mL}}{e^{+mL} + e^{-mL}} = \frac{1}{1 + e^{-2mL}}$  e  $\frac{C_2}{\theta_0} = \frac{e^{-mL}}{e^{+mL} + e^{-mL}} = \frac{1}{1 + e^{+2mL}}$   $\frac{g}{g_0} = \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2mL}} + \frac{e^{+mx}}{1 + e^{+2mL}}$

Chiarirsi su un dizionario la differenza tra efficienza e efficacia.

L'efficienza ( $Q'_{\text{profilo\_T\_reale}}/Q'_{\text{isoterma}}$ ) di un'aletta infinita risulta 0.

Efficacia dell'aletta: si confrontano il flusso in presenza di aletta  $Q'_{\text{Aletta}} = (hPkA)^{0.5} \Delta T$  e quello della superficie di base nuda  $Q'_{\text{Base}} = h A \Delta T$ , si trova un'efficacia dell'aletta  $\varepsilon = (Pk/Ah)^{0.5}$ . Vedere le figure 10.59 e 10.60 del Chengel (1<sup>a</sup> ed).

## ESERCIZI

13) E' data un'aletta di lunghezza L infinita, materiale avente  $k=100 \text{ W/m.K}$ , sezione di  $50 \times 2 \text{ mm}$ , in ambiente avente  $h=10 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Determinare a quale lunghezza il  $\Delta T$  è ridotto a 1/10 e 1/100 dell'iniziale.

### Soluzione

Ipotesi: stato stazionario, h e  $\lambda$  costanti

Dati: Sezione  $S = 50 \times 2 = 100 \text{ mm}^2 = 0.0001 \text{ m}^2$

Perimetro  $P = \text{circa } 100 \text{ mm} = 0.1 \text{ m}$

Caso di aletta infinita  $\varepsilon = (kP/hS)^{1/2} = (0.1 \cdot 100 / 10 / 0.0001)^{1/2} = 100$

Valore dell'esponente  $m = (hP/kS)^{1/2} = (10 \cdot 0.1 / 100 / 0.0001)^{1/2} = 10$

Profilo di temperatura  $\theta = \theta_0 e^{-mx}$

temperatura  $\theta/\theta_0 = e^{-10x} = 0.1 \quad -10x = -2.3 \quad x = 0.23 \text{ m}$

temperatura  $\theta/\theta_0 = e^{-10x} = 0.01 \quad -10x = -4.6 \quad x = 0.46 \text{ m}$

Notare la similitudine dei profili tra 0 e 23 cm, e tra 23 e 46 cm

14) E' data un'aletta di materiale avente  $k=100 \text{ W/m.K}$ , sezione di  $50 \times 2 \text{ mm}$ , in ambiente avente  $h=10 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Determinare il  $\Delta T/\Delta T_0$  all'estremità per lunghezze di 2 e 23 cm. Usare la figura 10.59 del Chengel per determinarne l'efficienza (rendimento rispetto all'aletta isoterma).

### Soluzione

Usando la formula  $\frac{g}{g_0} = \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2mL}} + \frac{e^{+mx}}{1 + e^{+2mL}}$  per

alette corte, supponendo per semplicità l'estremità adiabatica, si ottiene la temperatura all'estremità

$$X = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad m=10, \quad mx = 0.2, \quad \frac{g}{g_0} = \frac{e^{-0.2}}{1 + e^{-0.4}} + \frac{e^{+0.2}}{1 + e^{+0.4}} = 0.98$$

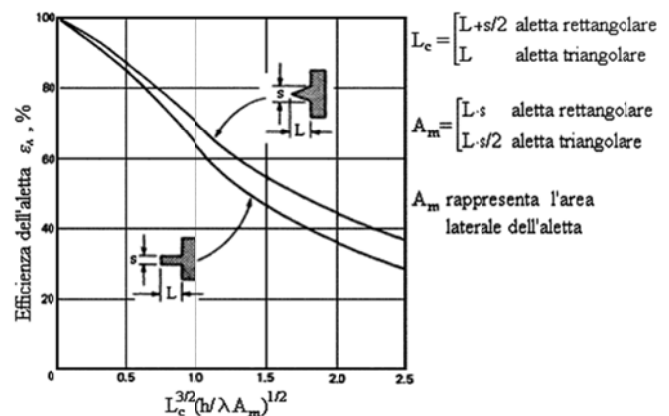
$$X = 23 \text{ cm} = 0.23 \text{ m}, \quad m=10, \quad mx = 2.3, \quad \frac{g}{g_0} = \frac{e^{-2.3}}{1 + e^{-4.6}} + \frac{e^{+2.3}}{1 + e^{+4.6}} = 0.17$$

Confrontare con l'esercizio precedente.

Con l'uso del grafico si calcola

$$L=0.02 \quad t=0.002, \quad h=10 \quad \lambda=100 \quad \xi = 0.021^{3/2} \cdot (10/100/0.002)^{1/2} = 0.021^{3/2} \cdot 50^{1/2} = 0.15 \rightarrow \eta=98\%$$

$$L=0.23 \quad t=0.002, \quad h=10 \quad \lambda=100 \quad \xi = 0.231^{3/2} \cdot (10/100/0.002)^{1/2} = 0.231^{3/2} \cdot 50^{1/2} = 1.6 \rightarrow \eta=45\%$$



#### 4 Conduzione in regime variabile, casi a parametri concentrati $T=T(t)$

1) Determinare il numero di Biot per un corpo sferico ( $R = 10$  cm) realizzato in acciaio inox ( $\lambda_s = 15$  W/m.K,  $\rho_s = 7800$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_s = 0.48$  kJ/kgK) e lambito da un fluido con proprietà termofisiche note ( $\lambda_f = 2$  W/m.K,  $\rho_f = 800$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_f = 2$  kJ/kgK) con un coefficiente convettivo  $h = 80$  W/m<sup>2</sup>K.

##### Soluzione

In molti casi il numero di Biot è riferito direttamente alla geometria, per una sfera la lunghezza caratteristica è  $L=D$ , quindi  $Bi = h D / \lambda = 80 * 0.2 / 15 = \mathbf{1.07}$ . A volte è usato il raggio, verificate nelle correlazioni utilizzate come è definito.

Se si considera l'aspetto fisico di interesse nell'esercizio, il calore accumulato dipende dalla massa quindi dal volume, mentre il calore scambiato per convezione dipende dalla superficie esterna, la lunghezza caratteristica può essere espressa come  $L_c = V/A = 4/3 \pi r^3 / 4 \pi r^2 = r/3 = 0.1/3 = 0.033$  m, da cui  $Bi = h L / \lambda = 80 * 0.033 / 15 = \mathbf{0.178}$

2) Determinare il numero di Biot per un cubo ( $L = 20$  cm) realizzato in rame ( $K_{Cu} = 300$  W/mK,  $\rho_{Cu} = 8900$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_{Cu} = 0.4$  kJ/kgK). Il cubo è appoggiato con una faccia ad una superficie adiabatica mentre le altre facce sono lambite da un fluido con proprietà termofisiche note ( $K_f = 0.6$  W/mK,  $\rho_f = 800$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_f = 4$  kJ/kgK) e con un coefficiente convettivo  $h = 80$  W/m<sup>2</sup>K.

##### Soluzione

In questo caso interessa indubbiamente la fisica del fenomeno, in cui  $L_c = V/A = L^3 / 5 L^2 = L/5 = 0.2/5 = 0.04$  m

$Bi = h L / \lambda = 80 * 0.04 / 300 = \mathbf{0.01}$

3) Una sfera di acciaio ( $R_{sf} = 11$  cm,  $\rho_{acc} = 7850$  kg/m<sup>3</sup>,  $\lambda_{acc} = 60$  W/m.K,  $c_p = 434$  J/kgK) alla temperatura iniziale di  $T_0 = 350^\circ\text{C}$  viene raffreddata in aria ( $T_{ar} = 30^\circ\text{C}$ , convezione  $h_{ar} = 50$  W/m<sup>2</sup>K). Determinare il tempo necessario per raffreddare la sfera fino a  $T_{fin} = 140^\circ\text{C}$ . Giustificare l'uso della formula adottata. [ $T = 44^\circ\text{C}$ ,  $Bi \approx 0$ .]

##### Traccia 6 febbraio 2003

Si verifica che sia  $Bi = h V / (A \lambda_{acc}) = h R / 3 \lambda_{acc} \ll 1$ , quindi si può usare il metodo a parametri concentrati. Si calcola  $\tau = \rho V c_p / h A = \rho c_p r / 3h$

Nota la  $T(t)$  richiesta, si risolve rispetto a  $t$  l'equazione  $T(t) = T_\infty - (T_\infty - T_0) e^{-t/\tau}$

4) Delle sfere di acciaio con diametro  $D = 10$  mm subiscono un trattamento che consiste nel riscaldamento fino alla temperatura  $T_i = 1100$  K seguito dal lento raffreddamento a  $T_f = 420$  K in una corrente di aria con temperatura  $T_\infty = 50^\circ\text{C}$  e velocità  $w_\infty = 0.3$  m/s. Nel caso in cui il coefficiente di scambio convettivo tra la corrente d'aria e le sferette sia  $h = 20$  W/m<sup>2</sup>K, determinare:

- il tempo richiesto dal processo di raffreddamento;
- l'effettivo coefficiente di scambio convettivo medio tra aria e sferetta utilizzando la correlazione:  $Nu = [2 + (0.44 Re^{0.5} + 0.066 Re^{0.667}) Pr^{0.4}]$

→ Proprietà termofisiche dell'acciaio (sfere)

conduttività termica  $\lambda_s = 40$  W/m.K

densità  $\rho_s = 7800$  kg/m<sup>3</sup>

calore specifico  $c_{p_s} = 600$  J/kg.K

→ Proprietà termofisiche dell'aria a  $50^\circ\text{C}$ :

conduttività termica  $\lambda_a = 0.03$  W/m.K

densità  $\rho_a = 0.995$  kg/m<sup>3</sup>

calore specifico  $c_{p_a} = 1008.6$  J/kg.K

viscosità  $\mu_a = 20.82 \cdot 10^{-6}$  kg/ms

##### Soluzione 1

Calcolo  $Bi = h L_c / \lambda_s = 20 * 0.005/3 / 40 = 0.0008$  ( $L_c = D/6$ ; usare  $D$  o  $r$  è comunque accettabile).

E' grave errore usare  $\lambda_a$  invece di  $\lambda_s$ )

E' verificata l'ipotesi per poter applicare il metodo a parametri concentrati, si procede

La curva di raffreddamento è del tipo  $(T-T_{\infty})/(T_0-T_{\infty}) = e^{-t/\tau} =$

dove  $\tau = \rho_s V c_{p_s} / hA = 7800 * 4/3 \pi r^3 * 600 / (20 * 4 \pi r^2) = 7800 * 0.005/3 * 600 / 20 = 390\text{sec}$   
 $(420-323) / (1100-323) = e^{-t/390}$

$\ln(97/777) = -t/390$  da cui  $t = 811 \text{ sec} = \mathbf{13.5 \text{ minuti}}$

N.B.: nel calcolo di  $\tau$  appare  $V/A = L_c = D/6$ . Qui usare  $r$  o  $D$  conduce tempi erroneamente moltiplicati per 3 o 6.

**Soluzione 2 (da svolgere dopo aver studiato la convezione forzata)**

$Nu = h L / \lambda_a = [2 + (0.44 Re^{0.5} + 0.066 Re^{0.667}) Pr^{0.4}]$

Temperatura media di film da usare. La  $T$  dell'aria varia sia nel tempo, sia attraverso lo strato limite  
 $T$  media temporale per la sferetta  $= (1100+420)/2 = 760\text{K} = 487^\circ\text{C}$

$T$  aria fissa a  $50^\circ\text{C}$

media spaziale nello strato limite  $= (487+50)/2 = 269^\circ\text{C} = 542\text{K}$  (già mediata nel tempo)

(si consiglia di disegnare un grafico nel tempo delle varie temperature)

Tabelle pag 676 Cengel<sup>1Ed</sup>, A8 Moran )  $\rho_{a,542\text{K}} = 0.642$   $\mu_{a,542\text{K}} = 2.86 * 10^{-5}$  **Pr = 0.698**

**Re**  $= \rho w D / \mu = 0.642 * 0.3 * 0.01 / 2.86 * 10^{-5} = \mathbf{67}$

**Nu**  $= h L / \lambda_a = [2 + (0.44 Re^{0.5} + 0.066 Re^{0.667}) Pr^{0.4}] = [2 + (0.44 Re^{0.5} + 0.066 Re^{0.667}) Pr^{0.4}] =$   
 $[2 + (0.44 * 67^{0.5} + 0.066 * 67^{0.667}) 0.698^{0.4}] = [2 + (3.6+1.33)*0.866] = \mathbf{6.24}$

da cui  $h = \lambda_a / L * Nu = 0.03 / 0.01 * 6.24 = 3 * 6.24 = \mathbf{18.8 \text{ W/m}^2\text{K}}$

## 6 Convezione forzata

1) Calcolare il coefficiente convettivo con la relazione di Dittus-Boelter ( $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3}$ ) conoscendo le seguenti grandezze: portata massica  $m = 2 \text{ kg/s}$ ; diametro del condotto  $D = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$ ; massa volumica  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ; viscosità dinamica  $\mu = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m.s} = 0.002$ ;  $Pr = 12.7$ ; conduttività termica  $\lambda = 0.3 \text{ W/m.K}$ .

**Soluzione**

Hp sistema stazionario. Tubo sufficientemente lungo. Per usare  $Nu = 0.023 Re^{4/5} Pr^{0.3}$  cercare  $w$ :

$$m' = \rho V' = \rho w A = \rho w \pi D^2/4 \quad \text{da cui} \quad w = 4 m' / (\rho \pi D^2) = 4 \cdot 2 / (900 \pi 0.03^2) = 3.15 \text{ m/s}$$

$$Re = \rho w D / \mu = \rho 4 m' / (\rho \pi D^2) = 4 m' / (\pi D \mu) = 4 \cdot 2 / (\pi 0.03 \cdot 0.002) = 42'462$$

$$Nu = h D / \lambda = 0.023 Re^{4/5} Pr^{0.3} \rightarrow h = 0.3 / 0.03 \cdot 0.023 \cdot 42462^{0.8} \cdot 12.7^{0.3} = \mathbf{2485 \text{ W/m}^2\text{K}}$$

N.B. usando correlazioni molto semplici nella convezioni, ci si può attendere un'accuratezza del risultato dell'ordine del  $\pm 10\%$ , anche se un  $\pm 20\%$  non deve stupire.

2) Determinare i numeri di Prandtl e Reynolds di un fluido in moto in un condotto cilindrico di diametro  $D = 6 \text{ cm}$  con una portata  $G = 10 \text{ kg/min}$  ed avente proprietà termofisiche costanti e note: massa volumica  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ , viscosità dinamica  $\mu = 0.0017 \text{ Ns/m}^2$ , calore specifico  $c = 0.8 \text{ kcal/kgK}$ , conduttività termica  $k = 0.14 \text{ W/m.K}$ .

**Soluzione**

$$Pr = \mu c_p / \lambda$$

$$\mu = 0.0017 \text{ Ns/m}^2 \quad c_p = 0.8 \cdot 4184 = 3347 \text{ J/kg K} \quad \lambda = 0.11$$

$$Pr = 0.0017 \cdot 3347 / 0.11 = \mathbf{40.6}$$
, è una proprietà del fluido, la geometria non c'entra !

$$Re: \quad w = m' / \rho A = 10/60 / (900 \cdot \pi \cdot 0.03^2) = 0.065 \text{ m/s}$$

$$Re = \rho w D / \mu = 900 \cdot 0.065 \cdot 0.06 / 0.0017 = 2080$$

3) Utilizzando la relazione di Dittus-Boelter ( $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.33}$ ) determinare il numero di Nusselt per una portata di acqua  $G = 0.2 \text{ kg/s}$  che attraversa un condotto, di sezione cilindrica e diametro  $D = 10 \text{ cm}$ . Sono noti per l'acqua la massa volumica  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ , la viscosità dinamica  $\mu = 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m.s}$  ed il numero di Prandtl  $Pr = 4.7$ . [19.5]

4) Una portata di acqua  $G = 0.3 \text{ kg/s}$  attraversa un condotto di lunghezza  $L = 1200 \text{ m}$ , di sezione cilindrica e diametro  $D = 20 \text{ cm}$ . Essendo nota per l'acqua la massa volumica  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ , la viscosità dinamica  $\mu = 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ kg/ms}$ , la conduttività termica  $k = 0.265 \text{ W/m.K}$ , il calore specifico  $c = 4.1 \text{ kJ/kgK}$ , si chiede di determinare il numero di Reynolds nel condotto.

**Soluzione**

$$Re = \rho w D / \mu = \rho (G / \rho A) D / \mu = \rho (G / \rho \pi D^2/4) D / \mu = 4 G / (\pi D \mu) = 4 \cdot 0.3 / (3.14 \cdot 0.2 \cdot 8.3 \cdot 10^{-4}) = \mathbf{2302}$$

5) Una superficie la cui temperatura è  $T_s = 800 \text{ }^\circ\text{C}$  è attraversata da un flusso termico areico  $\Phi = 60 \text{ kW/m}^2$ . Sapendo che la superficie è lambita da un fluido con temperatura  $T_\infty = 30 \text{ }^\circ\text{C}$  determinare il coefficiente di scambio convettivo.

**Soluzione**

$$\Phi = h \Delta T \quad \text{da cui} \quad h = \Phi / \Delta T = 60000 / 770 = 77.9 \text{ W/m.K.}$$

6) Determinare il numero di Nusselt per una portata di acqua  $G = 0.2 \text{ kg/min}$  che attraversa un condotto, di sezione cilindrica e diametro  $D = 2 \text{ cm}$ . Sono noti, per l'acqua, la massa volumica  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ , la viscosità dinamica  $\mu = 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ kg/ms}$  ed il numero di Prandtl  $Pr = 4.7$ . Il numero di Nusselt è determinabile con le relazioni:

$$\text{moto laminare} \quad Nu = 4.66$$

moto turbolento  $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.33}$

**Soluzione**

$Re = \rho w D / \mu = 4 G / (\pi D \mu) = 4 * (0.2/60) / (3.14 * 0.02 * 8.3 \cdot 10^{-4}) = 256$  laminare  
 $Nu = 4.66$

7) Determinare il numero di Nusselt medio per un cilindro indefinito in acciaio di raggio  $R = 20$  cm immerso in un fluido con coefficiente convettivo  $h = 15 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Sono note le proprietà dell'acciaio e del fluido:

$k_{acc} = 15 \text{ W/mK}$        $\rho_{acc} = 7800 \text{ kg/m}^3$        $c_{acc} = 1 \text{ kJ/kgK}$   
 $k_{fl} = 0.3 \text{ W/mK}$        $\rho_{fl} = 1.25 \text{ kg/m}^3$        $c_{vis} = 1.2 \text{ kJ/kgK}$ .

**Soluzione**

$Nu = h D / \lambda_{fl} = 15 * 0.4 / 0.3 = 20$

8) Determinare il numero di Nusselt relativo allo scambio convettivo tra una sfera di acciaio di diametro  $D = 10$  cm e temperatura superficiale costante  $T_s = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  immersa in acqua a temperatura  $T_{H_2O} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . La sfera cede all'acqua una potenza  $Q = 150 \text{ W}$ . Sono noti:

$k_{acc} = 15 \text{ W/mK}$        $\rho_{acc} = 7800 \text{ kg/m}^3$        $c_{acc} = 1 \text{ kJ/kgK}$   
 $k_{H_2O} = 0.3 \text{ W/mK}$        $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$        $c_{H_2O} = 4.1 \text{ kJ/kgK}$        $\mu_{H_2O} = 0.0009 \text{ Ns/m}^2$

**Soluzione**

$Q = 150 \text{ W} = h A \Delta T$  (legge di Newton) da cui

$h = 150 / [\pi D^2 \Delta T] = 150 / (3.14 * 0.1^2 * 80) = 60 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

$Nu = h D / \lambda_{H_2O} = 60 * 0.1 / 0.3 = 20$

Per curiosità: numero Biot calcolato sul diametro  $Bi = h D / \lambda_{Fe} = 60 * 0.1 / 15 = 0.4$

numero Biot calcolato con  $L=V/A = (1/6 \pi D^3) / (\pi D^2)$   $Bi = h D/6 / \lambda_{Fe} = 60 * 0.1/6 / 15 = 0.07$

9) Una piastra di rame ( $\rho_{Cu} = 8933 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_{p,Cu} = 385 \text{ J/kgK}$ ,  $\lambda_{Cu} = 401$ ,  $T_1 = 100^\circ\text{C}$ ), di altezza  $H=1\text{m}$ , lunghezza  $L=2\text{m}$  e spessore  $1\text{cm}$ , su una faccia è lambita dal vento orizzontale a  $5 \text{ m/s}$  e  $30^\circ\text{C}$  (l'altra faccia è isolata). Tracciare un grafico qualitativo della sua temperatura nel tempo, specificando a quale temperatura si trova dopo 2 ore. Specificare le eventuali approssimazioni adottate.

lastra piana,  $Re < 500'000$        $Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3}$   
 lastra piana\*,  $Re > 500'000$        $Nu = 0.037 Re^{4/5} Pr^{1/3}$        $(0.6 < Pr < 60, 5 \cdot 10^5 < Re < 10^7)$   
 lastra piana\*\*,  $Re > 500'000$        $Nu = (0.037 Re^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$        $(0.6 < Pr < 60, 5 \cdot 10^5 < Re < 10^7)$

**Soluzione (esame 10 luglio 2003)**

Per l'aria dello strato convettivo se ne prendono le caratteristiche medie,  $T_{film} = (T_1 + T_{aria})/2$ . Per mediare anche nel tempo, si considera che tale temperatura tenderà a diminuire, non è ancora noto fino a quanto. Dalle tabelle:

$Pr_a = 0.707$ ;  $\rho_a = 1.04$ ;  $\mu_a = 0.0000203$ ;  $\lambda_a = 0.029$ ;

il vento scorre lungo  $L$ :  $Re_L = \rho_a w_a L_a / \mu_a = 513793$ ; applico la terza formula per lastra piana

$Nu = 444.9 (=hL/\lambda_a)$ , da cui  $h = 6.45 \text{ W/m}^2\text{K}$

$Bi = h s / \lambda_{Cu} = 0.00016$  è possibile applicare formula a parametri concentrati

$T_{Cu}(t) = T_a + (T_{Cu}(0) - T_a)^{-t/\tau}$ , Dove  $\tau = \rho_{Cu} V c_{p,Cu} / h A = \rho_{Cu} s c_{p,Cu} / h = 1.48 \text{ ore}$ ,  
 da cui  $T_{Cu}(2\text{ore}) = 48.1^\circ\text{C}$ .

Volendo si reitera con  $T_{film}$  intermedia tra quella iniziale e quella finale

## 9a Scambiatori di calore, metodo $\Delta T_{LM}$ , esercizi

1) Uno scambiatore di calore controcorrente viene utilizzato per recuperare energia dall'olio di lubrificazione di un motore. La portata di olio è pari a 1 kg/s ( $c_p=2500\text{J/kgK}$ ), la sua temperatura d'ingresso è  $130^\circ\text{C}$ , la sua temperatura d'uscita è  $100^\circ\text{C}$ . Nel lato freddo scorre acqua liquida che entra a  $50^\circ\text{C}$  ed esce a  $90^\circ\text{C}$

### Quesiti

- Quanto vale la portata d'acqua?
- Quanto vale la conduttanza totale? ( $h_{TOT} \cdot A$ )
- Quanto vale l'efficienza  $\varepsilon$ ?
- Quale dovrebbe essere la conduttanza totale per recuperare il 20% di potenza termica in più, mantenendo invariate le temperature d'ingresso e d'uscita dell'acqua (e la temperatura d'ingresso dell'olio)?

### Soluzione

- La potenza termica scambiata vale:  $Q' = m'_{olio} c_{p,olio} (T_{H,i} - T_{H,u}) = 75 \text{ kW}$ , la portata d'acqua vale quindi:  $m'_{H_2O} = Q/[c_{p,H_2O}(T_{c,u} - T_{c,i})] = 0.448 \text{ kg/s}$ .
- La conduttanza totale vale:  $UA \equiv h_{tot}S = Q/\Delta T_{LM}$ , con  $\Delta T_{LM} = (\Delta T_s - \Delta T_o)/\ln(\Delta T_s/\Delta T_o)$ ,  $\Delta T_o = T_{H,i} - T_{c,u} = 40^\circ\text{C}$ ;  $\Delta T_s = T_{H,u} - T_{c,i} = 50^\circ\text{C}$ , quindi  $\Delta T_{LM} = 44.8^\circ\text{C}$ ,  $UA = 1673 \text{ W/K}$ .
- Poiché  $C_{olio} = 2500 \text{ W/K}$ ,  $C_{H_2O} = 1875 \text{ W/K}$ ,  $C_{min} = 1875 \text{ W/K}$ ,  $Q_{max} = C_{min}(T_{H,i} - T_{c,i}) = 150 \text{ kW}$ , l'efficienza vale:  $\varepsilon = Q/Q_{max} = 0.5$ .
- Per recuperare il 20% in più di potenza termica mantenendo invariate le temperature d'ingresso e d'uscita dell'acqua, la portata d'acqua deve essere aumentata del 20%:  $m_{H_2O} = 0.538 \text{ kg/s}$ , la potenza termica risulta quindi:  $Q' = 90 \text{ kW}$ , e la temperatura d'uscita dell'olio vale:  $T_{H,u} = T_{H,i} - Q'/C_{olio} = 94^\circ\text{C}$ . La conduttanza totale vale:  $UA' \equiv h_{tot}S' = Q'/\Delta T'_{LM}$ , con  $\Delta T'_{LM} = (\Delta T'_s - \Delta T'_o)/\ln(\Delta T'_s/\Delta T'_o)$ ,  $\Delta T'_o = T_{H,i} - T_{c,u} = 40^\circ\text{C}$ ;  $\Delta T'_s = T_{H,u} - T_{c,i} = 44^\circ\text{C}$ , quindi  $\Delta T_{LM} = 42.0^\circ\text{C}$ ,  $UA = 2143 \text{ W/K}$  (+28%).

2) (Es6.1) Uno scambiatore di calore controcorrente viene utilizzato per riscaldare acqua liquida da  $20^\circ\text{C}$  a  $80^\circ\text{C}$ , raffreddando una portata pari a  $40 \text{ kg/s}$  di aria calda dalla temperatura di  $180^\circ\text{C}$  alla temperatura di  $120^\circ\text{C}$ .

### Quesiti

- Qual è la portata di acqua calda prodotta?
- Qual è la conduttanza totale dello scambiatore?
- Quanto vale l'efficienza?
- Se la temperatura d'ingresso dell'acqua fosse  $35^\circ\text{C}$ , quale sarebbe la temperatura d'uscita dell'aria (a parità di temperatura in ingresso e portate)?

### Soluzione

- Poiché:  $Q = C_H(T_{H,i} - T_{H,u}) = 2.417 \text{ MW}$  ( $C_H = 40.28 \text{ kW/K}$ ) si ha:  $C_c = Q/(T_{c,u} - T_{c,i}) = 40.28 \text{ kW/K}$  e  $m_c = 9.62 \text{ kg/s}$ .
- Poiché:  $\Delta T_o = \Delta T_s = 100^\circ\text{C}$ , si ha:  $\Delta T_{LM} = 100^\circ\text{C}$ ,  $UA = Q/\Delta T_{LM} = 24.17 \text{ kW/K}$ .
- $\varepsilon = Q/Q_{max} = Q/C_{min}(T_{H,i} - T_{c,i}) = 0.375$
- poiché l'efficienza dipende solo dalla capacità termiche di portata e dalla conduttanza totale e queste restano invariate, l'efficienza resta pari a 0.375; si ha allora:  $Q = \varepsilon C_{min}(T_{H,i} - T_{c,i}) = 2.19 \text{ MW}$ , da cui:  $T_{H,u} = T_{H,i} - Q/C_H = 125.6^\circ\text{C}$ .

3) Ad uno scambiatore controcorrente vengono inviati  $5 \text{ kg/s}$  di ossigeno (gassoso) alla temperatura di  $-50^\circ\text{C}$ , e  $1 \text{ kg/s}$  di elio alla temperatura di  $10^\circ\text{C}$ .

### Quesiti

- Quale deve essere l'efficienza dello scambiatore affinché la temperatura dell'elio all'uscita sia  $-10^\circ\text{C}$ ?

- Quanto vale la conduttanza totale dello scambiatore?
- Quale dovrebbe essere la conduttanza totale affinché la temperatura dell'He in uscita sia  $-20^{\circ}\text{C}$ ?
- Quale sarebbe l'efficienza nel caso relativo alla domanda precedente?

**Soluzione**

- L'efficienza vale:  $\varepsilon = Q/Q_{\max} = 0.381$ , con:  $Q_{\max} = C_{\min}(T_{H,i} - T_{C,i}) = 272.8\text{kW}$  ( $C_{\min} = 4547\text{W/K}$  poiché  $C_{O_2} = m_{O_2}c_{p,O_2} = 5 \cdot 909.3 = 4547\text{W/K}$ ,  $C_{He} = m_{He}c_{p,He} = 1 \cdot 5196 = 5196\text{W/K}$ )  $Q = C_{He}(T_{H,i} - T_{H,u}) = 103.9\text{kW}$ .
- La conduttanza totale si ricava dalla relazione:  $UA = Q/\Delta T_{LM} = 2.696\text{kW/K}$ , dove  $\Delta T_{LM} = (\Delta T_s - \Delta T_o)/\ln(\Delta T_s/\Delta T_o) = 38.5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta T_s = T_{H,u} - T_{C,i} = 40^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta T_o = T_{H,i} - T_{C,u} = 37.1^{\circ}\text{C}$  con  $T_{C,u} = T_{C,i} + Q/C_{O_2} = -27.1^{\circ}\text{C}$ .
- In tale caso:  $Q = C_{He}(T_{H,i} - T_{H,u}) = 155.9\text{kW}$ ,  $T_{C,u} = T_{C,i} + Q/C_{O_2} = -15.7^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta T_s = T_{H,u} - T_{C,i} = 30^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta T_o = T_{H,i} - T_{C,u} = 25.7^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta T_{LM} = (\Delta T_s - \Delta T_o)/\ln(\Delta T_s/\Delta T_o) = 27.79.3^{\circ}\text{C}$ , e quindi  $UA = Q/\Delta T_{LM} = 5.61\text{kW/K}$ .
- L'efficienza in tale caso sarebbe pari a:  $\varepsilon = Q/Q_{\max} = 0.571$ , con:  $Q_{\max} = C_{\min}(T_{H,i} - T_{C,i}) = 272.8\text{kW}$ .



## 14a Sistemi aperti (transitori e stazionari)

1) In un recipiente pieno di acqua fredda viene introdotto un flusso di acqua calda, che si miscela con quella presente, e fa traboccare un eguale flusso di acqua. Esprimere la temperatura dell'acqua nel recipiente in funzione del tempo.

### Soluzione

$$m_{IN}' = m_{OUT}' = m'$$

flusso entrante  $m'$ : temperatura  $T_E$  costante,  $h_E = c_p T_E$ ,  $H_E' = m' c_p T_E$

massa contenuta:  $M$  costante,  $T=T(t)$ ,  $T$  iniziale  $T_0$ ,  $H = M c_p T$

flusso uscente  $m'$ :  $T=T(t)$ ,  $h_U = c_p T$ ,  $H_U' = m' c_p T$

bilancio di entalpia nel tempo  $dt$

$$dH_E = m' c_p T_E dt$$

$$dH_U = m' c_p T dt \quad \text{ricordare che } T=T(t)$$

$$dH = M c_p dT = dH_E - dH_U$$

$$M c_p dT = m' c_p T_E dt - m' c_p T dt$$

$$M dT = -m' (T - T_E) dt$$

$$dT / (T - T_E) = -m' / M dt$$

$\ln (T - T_E) / (T_0 - T_E) = e^{-t/\tau}$  dove  $\tau = M/m'$  è il tempo che ci vorrebbe per riempire il recipiente inizialmente vuoto con la portata  $m'$ . La curva è l'esponenziale smorzata che dopo  $3\tau$  è prossima all'asintoto (95%), e dopo  $5\tau$  è indistinguibile da esso (99.3%).

2) In un boiler elettrico sono presenti  $m = 60$  litri di acqua a  $T_0=50^\circ\text{C}$ . Viene aperto un rubinetto con portata di  $0.1$  litri/s ( $m' = 0.1$  kg/s), per cui una portata di acqua uscente viene rimpiazzata da acqua entrante a  $T_{IN}=15^\circ\text{C}$ . Nel boiler è accesa una resistenza elettrica che fornisce  $1000$  W. Calcolare l'andamento della temperatura dell'acqua all'interno del boiler  $T(t)$ , con l'ipotesi di miscelamento perfetto.

### Soluzione

- Risolviamo il transitorio con  $Q' = 0$ ,

Man mano che entra acqua fredda ed esce acqua calda, la temperatura interna  $T(t)$  si abbassa fino a portarsi a  $T_{IN}$ . La soluzione del transitorio è come quella dell'esercizio precedente: in tal caso la  $T_{FIN}=T_{IN}$ .

Le costanti, le incognite e le equazioni di bilancio sono

$$\text{Costanti nel tempo: } m = 60, \quad T_{IN} = 15^\circ\text{C} \quad m'_{IN} = m'_{OUT} = m' = 0.1 \text{ kg/s}$$

$$Q' = 1000 \text{ W}, \quad c_p = 4184 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

Variabili:  $T(t)$ , interna ed in uscita

$$\text{Bilancio energetico } H' = dH/dt = H'_{IN} - H'_{OUT} \quad (\text{qui apparirebbe } Q' \text{ se diverso da } 0)$$

$$H = m c_p T \quad \text{da cui } dH = m c_p dT \quad (dm \text{ interna} = 0, c_p \text{ costante})$$

$$H'_{IN} = m' c_p T_{IN} \quad H'_{OUT} = m' c_p T(t)$$

Da cui  $dH/dt = m c_p dT/dt = m' c_p T_{IN} - m' c_p T(t)$  chiamo  $m/m' = \tau$  (tempo di ricambio dell'acqua) =  $60/0.1 = 600$  secondi =  $10$  minuti

$$\tau dT/dt = T_{IN} - T(t) \quad \text{riordinando } dT / [T_{IN} - T(t)] = dt / \tau$$

integrando a sinistra tra  $T_0$  e  $T(t)$  generico, a destra tra  $0$  e  $t$  si ottiene

$$\int_{T_0}^T dT / [T_{IN} - T(t)] = \int_0^t dt / \tau$$

$$\ln[(T_{IN} - T) / (T_{IN} - T_0)] = -t/\tau \quad (T - T_{IN}) / (T_0 - T_{IN}) = e^{-t/\tau}$$

si verifica facilmente che per  $t=0$ ,  $T = T_0$ , cioè all'inizio esce acqua calda a  $50^\circ\text{C}$ . Per  $t=\infty$  risulta  $T_\infty = T_{IN}$ . Dopo i soliti  $3\tau$  o  $5\tau$ , la temperatura di uscita è praticamente a regime.

- Consideriamo invece il caso a regime con  $Q' = 1000$  W,

Entra  $m'$  con  $T_{IN}=15^\circ\text{C}$ , riceve  $1000$ W, ed esce con  $T_{OUT}=T_{IN}+\Delta T = T_{IN} + Q' / m' c_p = 15 + 1000 / 0.1 / 4184 = 17.4^\circ\text{C}$ . La soluzione completa è la composizione delle due soluzioni precedenti, per cui la  $T(t)$  si abbassa nel tempo fino a  $17.4^\circ\text{C}$ , per poi restare costante.

- Considerare anche  $Q'$  in modo completo dovrebbe includere il corretto posizionamento dell'introduzione di calore, cioè considerare anche la geometria reale del sistema che il modello semplificato non permette.

La soluzione trovata assomiglia ad una introduzione di  $Q'$  uniforme in tutto la massa dentro al boiler, il cui risultato globale è un incremento di temperatura di  $2.4^\circ\text{C}$  sul flusso in uscita. Se  $Q'$  viene introdotto vicinissimo al flusso entrante, si potrebbe considerare  $T_{\text{IN}} = 15 + 2.4^\circ\text{C}$ . Se invece  $Q'$  fosse introdotto vicinissimo all'uscita, si potrebbe sempre considerare  $T_{\text{OUT}} = T(t) + 2.4^\circ\text{C}$ .

3) In un sistema aperto adiabatico, orizzontale ed operante in regime stazionario fluisce una portata di gas  $m' = 0.2 \text{ kg/s}$ ; nella sezione di ingresso del dispositivo la temperatura è  $T_{\text{in}} = 50^\circ\text{C}$  con una velocità media di sezione  $w_{\text{in}} = 4 \text{ m/s}$ . Nella sezione di uscita si ha una velocità  $w_{\text{out}} = 10 \text{ m/s}$ . Sapendo che al fluido viene fornita una potenza  $L' = 0.6 \text{ kW}$  determinare la temperatura del gas nella sezione di uscita. (Il calore specifico del fluido è  $c_p = 1 \text{ kcal/kg.K}$ ).

**Soluzione**

$$Q' + L_{\text{in}}' = m' (\Delta\theta) = m' (\Delta h + \Delta e_{\text{CIN}}) = m' [c_p \Delta T + (w_2^2 - w_1^2)/2]$$

$$q' + l_{\text{in}}' = 0 + 600/0.2 = 4184 * \Delta T + (10^2 - 4^2)/2$$

$$[3000 - (100-16)/2] / 4184 = \Delta T = [3000-42] / 4184 = 0.7$$

$$T_{\text{OUT}} - T_{\text{IN}} = 0.7 \quad \rightarrow \quad T_{\text{OUT}} = T_{\text{IN}} + 0.7 = 50.7^\circ\text{C}$$

4) In un sistema aperto adiabatico, orizzontale ed operante in regime stazionario fluisce una portata di gas  $m' = 0.2 \text{ kg/s}$ ; nella sezione di ingresso del dispositivo la temperatura è  $T_{\text{in}} = 50^\circ\text{C}$  con una velocità media di sezione  $w_{\text{in}} = 40 \text{ m/s}$ . Nella sezione di uscita si ha una velocità  $w_{\text{out}} = 100 \text{ m/s}$ . Sapendo che al fluido viene fornita una potenza  $L = 0.6 \text{ kW}$  determinare la temperatura del gas nella sezione di uscita. (Il calore specifico del fluido è  $c_p = 1 \text{ kcal/kg.K}$ ).

**Soluzione : come precedente**

$$[3000 - (10000-1600)/2 +] / 4184 = \Delta T = [3000-4200] / 4184 = -0.3$$

5) Una portata  $G = 2 \text{ kg/s}$  di ossigeno ( $\text{O}_2$ ) entra in un sistema, disposto in un piano orizzontale, con una velocità media  $w_{\text{in}} = 200 \text{ m/s}$  ed una temperatura  $T = 300 \text{ K}$ . All'uscita il gas si trova alla temperatura  $T = 290 \text{ K}$  ed una velocità  $w_{\text{out}} = 60 \text{ m/s}$ . Nell'ipotesi che il sistema sia adiabatico e che operi in regime permanente determinare in valore e segno la potenza meccanica ceduta dal sistema all'ambiente.

**Soluzione**

$$Q - L_{\text{OUT}} = \Delta H + \Delta E_{\text{CIN}} \quad L'_{\text{OUT}} = - m' [c_p \Delta T + (w_2^2 - w_1^2)/2]$$

$$L'_{\text{OUT}} = - 2 * [7/2 * 8314/32 * (290-300) + (60^2 - 200^2)/2] = 2 * (909 * 10 + 18200) = 54580 \text{ W}$$

6) In un sistema aperto adiabatico ed operante in regime stazionario fluisce una portata di vapore d'acqua  $G = 0.2 \text{ kg/s}$ ; nella sezione di ingresso del dispositivo si ha vapore saturo con temperatura  $T_{\text{in}} = 300^\circ\text{C}$  con una velocità media di sezione  $w_{\text{in}} = 40 \text{ m/s}$ . Nella sezione di uscita si ha una velocità  $w_{\text{out}} = 100 \text{ m/s}$ . Sapendo che al fluido viene fornita una potenza  $L = 0.6 \text{ kW}$  determinare l'entalpia specifica del fluido nella sezione di uscita.

**Soluzione**

$$Q' + L'_{\text{IN}} = m' (\Delta h + \Delta e_{\text{CIN}})$$

$$0 + 600/0.2 = h_2 - h_1 + w_2^2/2 - w_1^2/2 \text{ dalle tabelle } h_1 = 2749 \text{ kJ/kg} \quad (\text{attenzione kJ non J})$$

$$h_2 = 2749'000 + 600/0.2 - 100^2/2 + 40^2/2 =$$

$$= 2749'000 + 3000 - 5000 + 800 = 2'747.8 \text{ kJ/kg}$$

la pressione non può essere specificata

7) Attraverso un condotto cilindrico orizzontale con un diametro  $d = 12 \text{ cm}$  fluisce una corrente d'aria. All'imbocco del condotto l'aria si trova alla temperatura di  $90^\circ\text{C}$ , una pressione di  $8 \text{ bar}$

assoluti ed una velocità di 100 m/s. All'uscita del condotto, la pressione dell'aria si riduce a 6 bar assoluti, per effetto degli attriti, mentre la sua velocità aumenta a 132 m/s.

Nell'ipotesi che il condotto sia orizzontale, che lo stato sia stazionario e che l'aria si comporti come un gas perfetto biatomico di massa molare pari a 29 kg/kmole, determinare:

- la portata in massa di gas nel condotto;
- la temperatura dell'aria all'uscita del condotto;
- la quantità di calore eventualmente scambiata dal gas con l'ambiente (ritenuto a 90°C)
- la variazione di entropia del flusso di gas durante il processo, e totale

### Soluzione

$$m' = \rho w A \quad \text{in cui} \quad \rho_1 = p_1 / (R T_1) = 800'000 / (8314/28.9) / 363.15 = 7.66 \text{ [kg/m}^3\text{]};$$

$$m_1' = 7.66 * 100 * \pi/4 * 0.12^2 = \mathbf{8.66 \text{ kg/s}}$$

$$m_2' = (m_1') = \rho_2 w_2 A_2 = \rho_1 w_1 A_1 \quad \text{da cui} \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 w_1 / w_2 = 7.66 * 100 / 132 = 5.80 \text{ [kg/m}^3\text{]};$$

$$p_1 / (\rho_1 T_1) = p_2 / (\rho_2 T_2) \Rightarrow T_2 = T_1 * p_2 / p_1 * \rho_1 / \rho_2 = 363.15 * 6/8 * 7.66/5.80 = 359.7 \text{ K} = \mathbf{86.6^\circ\text{C}}$$

! se faccio il conto con la conservazione dell'entalpia totale  $h_1 + w_1^2/2 = h_2 + w_2^2/2$  sbaglio, perché dò per scontato che il sistema sia adiabatico e non scambi lavoro o calore. Il bilancio mi serve invece per calcolare il  $q_{in}'$

$$q - l = \Delta\theta = \Delta(h + w^2/2) = c_p (T_2 - T_1) + W_2^2/2 - W_1^2/2 \quad \text{ovviamente } l=0$$

$$q = 7/2 * 8314/29 * (86.6 - 90) + (132^2 - 100^2)/2 = -3412 + 3712 = +300 \text{ J/kg (entrante)}$$

$$\Delta S'_{\text{gas}} = m' (\Delta s) = m' (c_p * \ln T_2 / T_1 - R * \ln p_2 / p_1) = 8.66 * 8314/28.9 * [7/2 \ln (359.7 / 363.15) - \ln (6/8)] = 8.66 * 287.7 * (-0.0334 + 0.2877) = \mathbf{631.3 \text{ [W/K]}}$$

$$\Delta S'_{\text{amb}} = Q'_{\text{amb}} / T_{\text{amb}} = - m' q_{\text{gas}} / T_{\text{amb}} = -300 * 8.66 / 363 = \mathbf{-7.16 \text{ W/K}}$$

$$\Delta S'_{\text{TOT}} = 631.3 - 7.16 = \mathbf{624.14 \text{ W/K}}$$

8) Svolgere l'esercizio precedente considerando le stesse condizioni in ingresso, in uscita imposta solamente la pressione a 6 bar, la trasformazione adiabatica reversibile. Calcolare le condizioni all'uscita.

### Soluzione

$$m' = 8.66 \text{ kg/s}, P_1 = 8 \text{ bar}, T_1 = 363.15 \text{ K}, \rho_1 = 7.66 \text{ [kg/m}^3\text{]};$$

$$T_2 = T_1 * (P_2/P_1)^{R/c_p} = 363.15 * (6/8)^{2/7} = 334.6 \text{ K} = 61.5^\circ\text{C}$$

$$P_1/\rho_1/T_1 = P_2/\rho_2/T_2 \quad \text{da cui} \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 * P_2/P_1 * T_1/T_2 = 7.66 * 6/8 * 363/335 = 6.225$$

La velocità può essere calcolata dalla conservazione dell'entalpia totale

$$h_1 + w_1^2/2 = h_2 + w_2^2/2 \quad (\text{dove } h = c_p * T)$$

$$100^2/2 + 1004 * (363 - 335) = w_2^2/2 \quad \text{da cui } w_2 = 257 \text{ m/s}$$

La sezione si calcola da

$$m' = \rho_2 w_2 A_2 \quad \text{da cui } A_2 = 8.66 / 6.225 / 257 = 0.00541 \text{ m}^2 \quad \text{da cui } D_2 = 8.3 \text{ cm}$$

9) In un sistema aperto disposto orizzontalmente fluisce in regime permanente un gas perfetto ( $O_2$ ) con una portata  $m = 0.2 \text{ kg/s}$ . Nella sezione di ingresso sono note velocità  $w_1 = 4 \text{ m/s}$ , temperatura  $T_1 = 120^\circ\text{C}$  e pressione  $P_1 = 9 \text{ bar}$ . Al gas viene fornita una potenza termica  $Q = 15 \text{ kW}$ . Sapendo che nella sezione di uscita si ha una  $w_2 = 250 \text{ m/s}$  e pressione  $P_2 = 2 \text{ bar}$ , determinare la temperatura del gas. [168.1 °C]

10) Una portata  $m' = 0.5 \text{ kg/s}$  di elio ( $M_m = 4 \text{ kg/kmol}$ ) fluisce in un condotto orizzontale al cui interno c'è una macchina non nota.

Nella sezione di ingresso sono note le seguenti grandezze:

$$T_1 = 330^\circ\text{C}, \quad w_1 = 150 \text{ m/s} \quad P_1 = 6 \text{ bar}.$$

Nella sezione di uscita sono note le seguenti grandezze:

$$T_2 = 30^\circ\text{C}, \quad w_2 = 300 \text{ m/s} \quad P_2 = 1 \text{ bar}.$$

Nelle ipotesi che: (a) il condotto sia isolato termicamente dall'esterno e (b) il sistema si trovi in stato stazionario, calcolare:

- la potenza meccanica scambiata;

- la produzione di entropia per irreversibilità nell'unità di tempo.

#### Soluzione

$$R = 8314/4 = 2078.5 \text{ [J/kg.K]}, c_v = 3/2R = 3117.75 \text{ [J/kg.K]}, c_p = 5/2R = 5196.25 \text{ [J/kg.K]}$$

$$Q_{IN}' - L_{OUT}' = \Delta \Theta' \text{ da cui } L_{OUT}' = m' (\theta_1 - \theta_2) = m' (h_1 - h_2 + w_1^2/2 - w_2^2/2) =$$

$$= m' (c_p |\Delta T| + w_1^2/2 - w_2^2/2) = 0.5 * [5196.25 * 300 + (150^2 - 300^2)/2] = \mathbf{762.56 \text{ kW}}$$

$$S' = m' * \Delta s_{12} = m' * (c_p \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1)) = 0.5 * 2078.5 * [5/2 \ln(303/603) - \ln(1/6)] = 74.1 \text{ [kg/s * J/kg.K = W/K]} \text{ (essendo il condotto adiabatico nel } \Delta s = \Delta s_{ST} + s_{GEN} \text{ il termine } \Delta s_{ST} \text{ è nullo)}$$

- Una bombola in cui è stato fatto il vuoto viene aperta e l'aria può entrarvi dentro. Determinare le condizioni dell'aria a riempimento raggiunto.

#### Soluzione

L'aria prima di entrare nella bombola avrà condizioni note  $T_1, P_1$ , incognite la massa  $m$  e il volume  $V_1$ . Quando occuperà la bombola avrà  $V_2$  noto,  $P_2=P_1$ , incognite temperatura  $T_2$  e ancora la massa. Affrontare il problema come un sistema aperto, la bombola in cui entra gas, richiede una notevole complicazione in quanto le condizioni dell'aria all'interno della bombola variano man mano che altra aria entra e comprime quella già entrata.

Si affronti il problema considerando il sistema chiuso dell'aria che prima è fuori e poi entra, ed ipotizzando che l'aria all'interno si mescoli in modo da avere temperatura omogenea.

Ipotizzando l'aria come gas perfetto si potrà dire  $m = P_1 V_1 / (R T_1)^{eq1} = P_2 V_2 / (R T_2)^{eq2}$ , ed anche  $P_1 V_1 / T_1 = P_2 V_2 / T_2^{eq3}$ , essendo  $P_2=P_1$ , si ottiene  $V_1/T_1 = V_2/T_2^{eq4}$ , useremo l'espressione \* che sarà più utile.

Applico il 1°PdT:  $Q_{in} + L_{in} = \Delta U_{12}$  dove

$L_{in} = P_1 (V_1 - 0)$  poiché il lavoro è fatto dall'aria ambiente che spinge dentro l'aria nella bombola, compiendo il lavoro pressione \* volume. Sostituirò  $^{eq4} V_1 = V_2 * T_1/T_2$ ,

$$\Delta U_{12} = m c_v \Delta T_{12} = m c_v (T_2 - T_1)$$

$$Q_{in}=0,$$

Ottengo  $L_{in} = \Delta U_{12} \Rightarrow P_1 (V_2 * T_1/T_2) = m c_v (T_2 - T_1)$  sostituisco  $^{eq2}$

$$\underline{P_1} (\underline{V_2} * T_1/\underline{T_2}) = \underline{P_2} \underline{V_2} / (R \underline{T_2}) c_v (T_2 - T_1) \text{ semplifico i termini uguali (ricordo } P_2=P_1)$$

$$\text{Resta } T_1 = c_v/R (T_2 - T_1) \Rightarrow T_1 * R/c_v = T_2 - T_1 \Rightarrow T_1 (1 + R/c_v) = T_2$$

$$\text{Per l'aria } T_2 = T_1 (1 + 2/5) = 1.4 T_1 = 1.4 * 300K = 420K = 147^\circ C$$

## 14b Dispositivi a flusso stazionario

- Determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina a gas adiabatica ed operante in regime stazionario che produce un lavoro specifico  $l = 2000 \text{ kJ/kg}$  espandendo una portata di elio (gas perfetto) da uno stato di ingresso noto ( $P_1 = 8 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 800^\circ C$ ) ad una condizione di uscita con pressione  $P_2 = 2 \text{ bar}$ .

#### Soluzione

$$q - l_{out,IS} = \Delta h_{is}, \text{ ricavabile dal } \Delta T_{is}$$

$$T_2 = T_1 * (p_2/p_1)^{R/C_p} = 1073 * (2/8)^{2/5} = 616.3 \text{ K} \rightarrow \Delta T_{12,is} = -456.7 \text{ K}$$

$$\Delta h_{is} = c_p \Delta T_{is} = 5/2 * 8.314/4 * (-456) = -2373 \text{ kJ} \rightarrow \text{rendimento } \eta = 2000/2373 = \mathbf{0.84}$$

- Determinare la potenza assorbita da una pompa ideale isoentropica che viene utilizzata per elaborare una portata in massa  $m' = 300 \text{ kg/h}$  di olio (massa volumica  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ) tra la condizione di ingresso  $T_1 = 20^\circ C$  e  $P_1 = 1 \text{ ata}$  ed una condizione di uscita con  $P_2 = 60 \text{ ata}$ .

#### Soluzione

$$\text{liquido con } \rho = \text{costante}, q - l = \Delta h = v \Delta P,$$

$$\rightarrow L' = m' * 1/\rho * \Delta P = 300/3600 / 900 * 59*98*060 = \mathbf{536 \text{ W.}}$$

- Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria  $m' = 50 \text{ kg/h}$ . La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono  $P_1 = 1 \text{ bar}$  e  $T_1 = 20^\circ C$ . All'uscita dal

compressore l'aria si trova alla pressione di  $P_2 = 5$  bar. Nell'ipotesi che il compressore operi stazionariamente, che abbia un rendimento isoentropico  $\eta_C = L_{Rev}/L = 0.9$  e che l'aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita del compressore  $T_2$  e la potenza assorbita dalla macchina.

**Soluzione**

$$T_{2IS} = T_1 * (p_2/p_1)^{R/C_p} = 293 * (5)^{0.4/1.4} = 464 \text{ K} \quad \Delta T_{IS} = 464 - 293 = +171 \text{ K}$$

$$\Delta T = \Delta T_{IS} / \eta = 171/0.9 = +190 \text{ K} \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1 + \Delta T = 20 + 190 = \mathbf{210^\circ C} \text{ (483 K)}$$

$$\text{potenza } L'_{IN} = \Delta H = m' c_p \Delta T = 50/3600 * 7/2 * 8.314/29 * 190 = \mathbf{2.65 \text{ kW}}$$

15) Una portata  $G = 0.3$  kg/s di elio (He) si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura  $T_1 = 1000$  K e pressione  $P_1 = 10$  bar ed uno stato finale con pressione  $P_2 = 4$  bar. Determinare la temperatura del gas in uscita ( $T_2$ ) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile. [693 K]

16) In un compressore adiabatico reversibile viene compressa una portata  $m' = 0.2$  kg/s di ossigeno ( $O_2$ ) dalle condizioni  $P_1 = 1$  atm e  $T_1 = 20$  °C alla pressione  $P_2 = 10$  atm. Determinare la potenza meccanica necessaria per la compressione. [49.5 kW]

17) Una portata di gas si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura  $T_1 = 1000$  K e pressione  $P_1 = 10$  bar ed uno stato finale con pressione  $P_2 = 3$  bar. Determinare la temperatura del gas in uscita ( $T_2$ ) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile, considerando il gas elio, aria, anidride carbonica, assumendo che si comportino come gas ideali, e verificare se ciò è possibile.

**Soluzione**

**Elio** (molecola monoatomica,  $c_p = 5/2R$ )  $T_2 = T_1 * (p_2/p_1)^{R/C_p} = 1000 * (3/10)^{2/5} = \mathbf{617.8K}$

$T_{CR} = 5.3 \text{ K}, P_{CR} = 2.3 \text{ bar}, T_R = 120 \div 190, P_R = 1.3 \div 4.3$

**Aria** (molecola biatomica,  $c_p = 7/2R$ )  $T_2 = 1000 * (3/10)^{2/7} = \mathbf{709 \text{ K}}$

$T_{CR} = 132.5 \text{ K}, P_{CR} = 37.7 \text{ bar}, T_R = 5.5 \div 7.5, P_R = 0.08 \div 0.25$

**CO<sub>2</sub>** (molecola triatomica,  $c_p = 8/2R$ )  $T_2 = 1000 * (3/10)^{2/8} = \mathbf{740 \text{ K}}$

$T_{CR} = 304.2 \text{ K}, P_{CR} = 73.9 \text{ bar}, T_R = 2.4 \div 3.3, P_R = 0.05 \div 0.13$

Per tutti i gas nelle condizioni esaminate la temperatura ridotta è sempre superiore a 2, e la pressione ridotta non enorme, quindi il comportamento è assimilabile a quello di un gas perfetto. Il calore specifico è invece probabilmente diverso da quello di gas ideale per aria e CO<sub>2</sub>, sempre a causa dell'alta temperatura che attiva i gradi di libertà di vibrazione delle molecole.

18) Un gas (He) viene compresso in un compressore adiabatico con una portata  $m' = 40$  kg/h e  $T_1 = 20$  °C,  $P_1 = 100$  kPa e con un rendimento isoentropico  $\eta = 0.9$  sino alla pressione  $P_2 = 400$  kPa.

Nell'ipotesi di essere in regime permanente si determini:

- la temperatura del gas all'uscita del compressore;
- la potenza meccanica assorbita dal compressore;
- la produzione di entropia per irreversibilità.

**Soluzione**

$T_1 = 20^\circ C = 293 \text{ K}$

$T_{2,ID} = 293 * 4^{2/5} = 293 * 4^{0.4} = 510K = 237^\circ C$

$\Delta T_{IS} = 237 - 20 = 217$

$\Delta T_{RE} = 217/0.9 = 241$

$T_{2,RE} = 20 + 241 = 261^\circ C = \mathbf{534 \text{ K}}$

$L' = \Delta H = m' c_p \Delta T = 40/3600 * 5/2 * 8.314/4 * 241 = 0.011 * 5.196 * 241 = 13.9 \text{ kW}$

$\Delta S = m' [c_p \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1)] = 0.011 * 8.314/4 * [5/2 \ln(534/293) - \ln(4/1)] =$   
 $= 0.011 * 2078.5 * (1.5 - 1.386) = 2.639 \text{ W/K (positivo)}$

## 15b Macchine termodinamiche operatrici

1) Una macchina termodinamica ciclica operatrice interagisce con 2 sorgenti a temperatura costante ( $T_s = 30^\circ\text{C}$  e  $T_i = -20^\circ\text{C}$ ) cedendo  $Q_s = 1200\text{ kJ}$  alla sorgente superiore. Se l'efficienza frigorifera della macchina è  $\text{COP}_F = 4$  determinare:

- la quantità di lavoro assorbita dalla macchina;
- il lavoro minimo teorico assorbito da una macchina che opera tra le medesime sorgenti.

### Soluzione

Dalla definizione di  $\text{COP}_F$   $|Q_i| = 4 L$ , dal 1° PdT  $|Q_i| + L = |Q_s|$  da cui  $L = Q_s/5 = 1200/5 = \mathbf{240\text{ kJ}}$

Macchina isoentropica (ciclo di Carnot):  $Q_s/L_C = T_s / (\Delta T)$  da cui  $L_C = 1200/303*50 = \mathbf{198\text{ kJ}}$

2) Una macchina frigorifera opera in regime stazionario con due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura  $T_i = 10^\circ\text{C}$  e  $T_s = 50^\circ\text{C}$ . Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera nell'ipotesi che la macchina sia reversibile.

### Soluzione

Efficienza per macchina ideale  $\text{COP}_F = Q_{\text{inf}}/L = Q_{\text{inf}} / (Q_{\text{sup}} - Q_{\text{inf}}) = T_{\text{inf}} / \Delta T = 283/40 = \mathbf{7.07}$

3) Determinare l'efficienza di una pompa di calore che opera reversibilmente tra due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura  $T_s = 40^\circ\text{C}$  e  $T_i = -10^\circ\text{C}$ .

### Soluzione

Efficienza per macchina ideale  $\text{COP}_{PC} = Q_{\text{sup}}/L = Q_{\text{sup}} / (Q_{\text{sup}} - Q_{\text{inf}}) = T_{\text{sup}} / \Delta T = 313/50 = \mathbf{6.26}$

4) Una macchina operatrice (frigorifero) opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante  $T_s = 300\text{K}$  e  $T_i = 250\text{K}$ . La potenza termica da estrarre dal serbatoio freddo è pari a 25 kW, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è 0.55. Calcolare la potenza meccanica necessaria alla macchina.

### Soluzione

Efficienza per macchina ideale  $\text{COP}_{F,\text{id}} = Q_{\text{inf}}/L = Q_{\text{inf}} / (Q_{\text{sup}} - Q_{\text{inf}}) = T_{\text{inf}} / \Delta T = 250/50 = 5$

Efficienza per macchina reale  $\text{COP}_F = \text{COP}_{F,\text{id}} * \eta_{II} = 5 * 0.55 = 2.75$

Potenza meccanica (dalla definizione del  $\text{COP}_F$ ):  $P = Q'/\text{COP}_F = 25/2.75 = \mathbf{9.1\text{ kW}}$

5) Una pompa di calore viene utilizzata per riscaldare (a  $V = \text{cost}$ ) una massa  $M = 1000\text{ kg}$  di un fluido ( $c = 3\text{ kJ/kgK}$ ) dalla temperatura  $T_1 = 70^\circ\text{C}$  alla temperatura  $T_2 = 80^\circ\text{C}$ . La pompa di calore utilizza come sorgente inferiore una sorgente di calore a temperatura  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ .

Determinare il lavoro assorbito da una pompa di calore che opera reversibilmente, il COP della pompa di calore reversibile e il maggior lavoro (lavoro dissipato) che occorre fornire ad una pompa di calore reale con  $\text{COP} = 2.5$ .

### Soluzione

Lavoro =  $\int dL$  dove  $dQ_{\text{sup}}/dT_{\text{sup}} = T_{\text{sup}} / (T_{\text{sup}} - T_{\text{inf}})$  quindi  $L = \int dQ_{\text{sup}}/T_{\text{sup}} * (T_{\text{sup}} - T_{\text{inf}}) =$

$= \int m c dT_{\text{sup}}/T_{\text{sup}} * (T_{\text{sup}} - T_{\text{inf}}) = \int m c dT_{\text{sup}} - \int m c T_{\text{inf}}/T_{\text{sup}} dT_{\text{sup}} =$

$= m c (353-343) - m c (293 * \ln 353/343) = 1000 * 3 * (10 - 8.42) = \mathbf{4740\text{ kJ}}$

$\text{COP}_{PC} = Q_{\text{sup}} / L = m c \Delta T / L = 1000*3*10 / 4740 = \mathbf{6.33}$

$L_{\text{reale}} = Q_{\text{sup}}/\text{COP}_{\text{reale}} = 30'000/2.5 = 12'000\text{ kJ}$ , il maggior lavoro è  $12'000 - 4740 = 7260$

### Soluzione alternativa

$\Delta S_{\text{tot}}=0$ ,  $Q_M = m c \Delta T_M = 1000*3*10 = 30'000\text{ kJ}$

$\Delta S_M = \int dQ_M/T_M = \int m c dT_M/T_M = 1000*3*\ln(353/343) = 86.213\text{ kJ/K}$

$\Delta S_{\text{inf}} = -\Delta S_M = -86.213\text{ kJ/K} = Q_{\text{inf}}/T_{\text{inf}}$  da cui  $Q_{\text{inf}} = -86.213*293 = -25260\text{ kJ}$

$L = Q_M + Q_{\text{inf}} = 30000-25260 = \mathbf{4740\text{ kJ}}$

## 16 Cicli a gas

1) Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature minima  $T_1=27\text{ }^{\circ}\text{C}$  e massima  $T_3 = 827\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico  $M_m = 28.9\text{ kg/kmol}$  supposto ideale). La temperatura di fine compressione è  $T_2 = 300\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Si richiede di:

- calcolare il rendimento del ciclo;
- verificare se è possibile operare una rigenerazione;
- calcolare il rendimento del ciclo nel caso in cui la turbina abbia un rendimento di espansione isoentropica  $\eta_T = 0.8$ .

### Soluzione

$$\eta_{\text{Ideale}} = \text{Carnot } (T_1 \rightarrow T_2) = 1 - 300/573 = \mathbf{47.6\%}$$

$T_1 T_3 = T_2 T_4$  da cui  $T_4 = 1100 * 3300 / 573 = 576\text{ K}$ ; **rigenerazione SI**, ma infima

$$l_{\text{IN}} = c_P |T_2 - T_1|; \quad l_{\text{OUT}} = 0.8 * c_P |T_3 - T_4|; \quad q_{\text{IN}} = c_P |T_3 - T_2|;$$

$$\eta_{\text{Reale}} = [(0.8 * (1100 - 576) - (573 - 300)) / (1100 - 573)] = (419.2 - 273) / 527 = \mathbf{27.7\%}$$

2) Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature di  $T_1 = 300\text{ K}$  e  $T_3 = 1200\text{ K}$ . Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico  $M_m = 28.9\text{ kg/kmol}$ ). La pressione all'ingresso del compressore è  $P_1 = 100\text{ kPa}$ . Il calore fornito al fluido durante il ciclo è  $q_{\text{in}} = 670\text{ kJ/kg}$ . Si determinino:

- Il lavoro specifico netto
- Il rendimento del ciclo

### Soluzione

$$\Delta h_{23} = c_P \Delta T_{23} \rightarrow \Delta T_{23} = 670 / (7/2 * 8.314/28.9) = 665.4 \rightarrow T_2 = 1200 - 665.4 = 534.6\text{ K}$$

$$\text{Se interessa la } P_{\text{max}} \text{ del ciclo: } (T_1/T_2) = (P_1/P_2)^{2/7} \rightarrow P_2 = P_1 (T_2/T_1)^{3.5} = 7.55\text{ bar}$$

Il ciclo è simmetrico ideale, quindi  $T_4 = T_1 * T_3 / T_2 = 1200 * 300 / 534.6 = 673\text{ K}$

$$l_{\text{N,U}} = |\Delta h_{34}| - |\Delta h_{12}| = 1.005 * [(1200 - 673) - (534.6 - 300)] = \mathbf{294\text{ kJ/kg}}$$

$$\eta = l_{\text{N,U}} / \Delta h_{23} = 294 / 670 = \mathbf{44\%}$$

$$\text{oppure } \eta_{\text{Brayton\_deale}} = \eta_{\text{Carnot } (T_1 \rightarrow T_2)} = 1 - 300/534.6 = \mathbf{44\%}$$

3) Si consideri una turbina a gas, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton ideale, con rapporto di compressione manometrico  $\beta = 6$ . Il fluido di lavoro è aria. La temperatura all'ingresso del compressore è  $T_1 = 280\text{ K}$ , mentre quella all'ingresso della turbina è di  $T_3 = 1250\text{ K}$ . Determinare:

- La temperatura del gas all'uscita del compressore e all'uscita della turbina
- Il rapporto tra lavoro di compressione e lavoro fornito dalla turbina
- Il rendimento termodinamico.

### Soluzione

$$T_2 = T_1 * (P_2/P_1)^{2/7} = 280 * 6^{2/7} = \mathbf{467\text{ K}}$$

$$\text{Il ciclo è simmetrico ideale, quindi } T_4 = T_3 / (P_2/P_1)^{2/7} = 1250 / 6^{2/7} = \mathbf{749\text{ K}}$$

$$L_C/L_T = c_P (T_2 - T_1) / c_P (T_4 - T_3) = (467 - 280) / (1250 - 749) = \mathbf{0.3737}$$

$$\eta = 1 - (T_{\text{inf}}/T_{\text{sup}})_{\text{comp}} = 1 - 280/467 = \mathbf{0.40}$$

4) La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Otto ideale ad aria sono  $P_1 = 1\text{ bar}$  e  $T_1 = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Il rapporto di compressione volumetrico è  $\rho = 8$ . Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore  $q_C = 2000\text{ kJ/kg}$ . Determinare i rendimenti termodinamici del ciclo e la massima temperatura raggiunta.

### Soluzione

$$P_1 = 1, T_1 = 300, \rho = 8, \text{ricordo l'adiab.rev: } P * v^K = \text{cost}, P_1/P_2 = (V_2/V_1)^K \rightarrow P_2 = P_1 * 8^{1.4} = 18.4\text{ bar}$$

$$T_2 = T_1 * P_2^{v_2/P_1} / v_1 = T_1 (v_2/v_1) (v_1/v_2)^K = T_1 (v_1/v_2)^{K-1} = 300 * 8^{0.4} = 689.2\text{ K}$$

$$\text{Isocora: } \Delta u_{23} = c_V \Delta T_{23} \rightarrow \Delta T_{23} = 2000 / (5/2 * 8.314/29) = 2000 / 0.717 = 2790\text{ K}$$

$$T_3 = 689.2 + 2790 = \mathbf{3479 \text{ K}}; \quad P_3 = P_2/T_2 * T_3 = 92.8 \text{ bar} \quad (\text{valori irrealistici, eccessivi})$$

$$T_4 = T_3 * T_1 / T_2 = 3479 * 300 / 689.2 = 1514 \text{ K}$$

$$P_4 = P_3 * P_1 / P_2 = 3479 * 300 / 689.2 = 5 \text{ bar} \quad \text{oppure} \quad P_4 = P_1 / T_4 * T_1 = 1/300 * 1514 = 5 \text{ bar}$$

$$\eta = 1 - T_{\text{INF}} / T_{\text{SUP}} = 1 - 300/689.2 = \mathbf{56.5\%}$$

$$\eta_{\text{II}} = \eta_{\text{I}} / \eta_{\text{C}} = 0.538 / (1 - T_{\text{min}}/T_{\text{max}}) = 0.538 / (1 - 300/3479) = 0.538 / 0.914 = \mathbf{58.9\%}$$

5) La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria sono  $P_1 = 1 \text{ atm}$  e  $T_1 = 27^\circ\text{C}$ . Il rapporto di compressione volumetrico è  $\rho = 18$ . Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore  $q_C = 2000 \text{ kJ/kg}$ . Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta.

#### Soluzione

$$P_1=1, T_1=300 \rho=18, \rightarrow P_2=P_1 * 18^{1.4} = 57.2 \text{ bar}, \quad T_2 = T_1 (v_1/v_2)^{K-1} = 300 * 18^{0.4} = 953 \text{ K}$$

$$\text{Isobara 2-3: } \Delta h_{23} = c_p \Delta T_{23} \rightarrow \Delta T_{23} = 2000 / 1.003 = 1993 \text{ K}$$

$$T_3 = 953 + 1993 = \mathbf{2946 \text{ K}};$$

non è simmetrico, sfrutto  $P_2 V_2/T_2 = P_3 V_3/T_3$  da cui  $\rightarrow V_3/V_2 = T_3/T_2 = 2946/953 = 3.09$

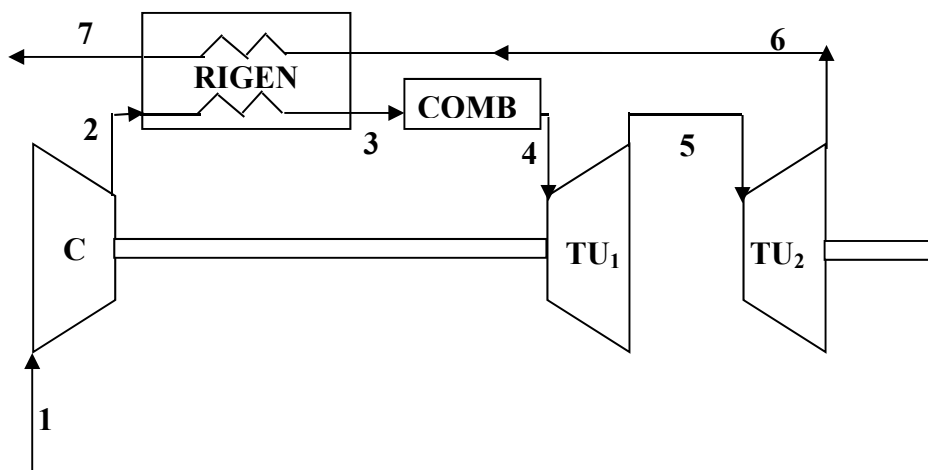
$$T_4 = T_3 (v_3/v_4)^{K-1} = T_3 (v_3/v_2 * v_2/v_4)^{K-1} = T_3 (3.09/18)^{K-1} = 2946 * (0.172)^{0.4} = 1456 \text{ K}$$

$$\eta = 1 - Q_{\text{OUT}} / Q_{\text{IN}} = 1 - |\Delta u_{41}/q_{\text{IN}}| = 1 - 0.717 * (1456 - 300) / 2000 = \mathbf{58.6\%}$$

6) Si consideri il sistema di turbina a gas in figura, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile ad aria ( $M_m = 28.9 \text{ kg/kmol}$ ). Siano  $P_1 = 100 \text{ kPa}$ ,  $T_1 = 300 \text{ K}$ , il rapporto di compressione  $\beta = 6$  e  $T_4 = 1600 \text{ K}$ . Il compressore assorbe tutta e sola la potenza prodotta dalla turbina  $TU_1$  mentre la turbina  $TU_2$  produce lavoro utile (netto) pari a  $150 \text{ kW}$ . Tutti i componenti sono assunti essere ideali.

Si determinino:

- La pressione all'uscita della turbina  $TU_1$  ( $P_5$ )
- Il lavoro specifico netto
- La portata di aria
- La temperatura  $T_3$  all'ingresso del combustore
- Il rendimento termico del ciclo



#### Soluzione

$$T_2 = T_1 * (P_2/P_1)^{2/7} = 300 * 6^{2/7} = 500 \text{ K}$$

$$L_{TU1} = L_C \text{ da cui } \Delta T_{TU1} = \Delta T_C = 200 \text{ K}$$

$$T_5 = 1600 - 200 = 1400 \text{ K}$$

$$T_5 / T_4 = (P_5 / P_4)^{R/C_p} \text{ da cui } P_4 = P_5 (T_5 / T_4)^{C_p/R} = 6 * (1400/1600)^{7/2} = \mathbf{3.76 \text{ bar}}$$

$$T_6 = T_3 = T_4 * T_1 / T_2 = 1600 * 300 / 500 = \mathbf{960 \text{ K}}$$

$$l = c_p \Delta T_{56} = 1.003 * (1400 - 960) = 441 \text{ kJ/kg}$$



$$\dot{m}' = 150 \text{ kJ/s} / 441 \text{ kJ/kg} = \mathbf{0.34 \text{ kg/s}}$$

$$\eta = L_{N,OUT} / Q_{IN} = \Delta H_{56} / \Delta H_{34} = \Delta T_{56} / \Delta T_{34} = (1400-960)/(1600-960) = \mathbf{68.7\%}$$

7) Una turbina a gas a ciclo Brayton schematizzabile come ciclo chiuso utilizza aria che entra nel compressore a pressione ambiente e  $T=25^\circ\text{C}$ . Il rapporto di compressione è  $\beta=10$ , la temperatura massima raggiunta  $T_{\max}=1000^\circ\text{C}$ . Determinare i punti del ciclo ideale, e di quello più simile al reale avente rendimenti di compressore e turbina pari a  $\eta_{\text{comp}}=0.8$ ,  $\eta_{\text{turb}}=0.95$ . Per il ciclo reale determinare i rendimenti di 1° e 2° principio. Rappresentare il ciclo nel piano T-s.

**SOLUZIONE (tema d'esame del 9 Maggio 2008)**

$$T_1=298 \quad T_{2id}=T_1 * (P_2/P_1)^{R/C_p} = 298 * (10)^{2/7} = 575.3 \text{ K} \quad \Delta T_{12,id}=575.3-298=277.3$$

$$\Delta T_{12,re} = \Delta T_{12,id} / \eta_{\text{comp}} = 277.3/0.8 = 346.7$$

$$T_{2re} = T_1 + \Delta T_{12,re} = 298+346.7 = 644.7 \text{ K}$$

$$T_3=1273 \text{ K} \quad T_{4id}=T_3 * (P_4/P_3)^{R/C_p} = 298 * (0.1)^{2/7} = 659.3$$

$$|\Delta T_{34,id}| = 1273-659.3 = 613.7$$

$$\Delta T_{34,re} = \Delta T_{34,id} * \eta_{\text{turb}} = 583.0$$

$$T_{4re}=T_3 - \Delta T_{34,re} = 1273 - 583 = 690.0 \text{ K}$$

$$\eta_1 = (l_{\text{Turb}} - l_{\text{Comp}}) / q_{IN} = (c_p \Delta T_{34,re} - c_p \Delta T_{12,re}) / (c_p \Delta T_{23}) =$$

$$= (613.7 - 346.7) / (1273-644.7) = 37.6\%$$

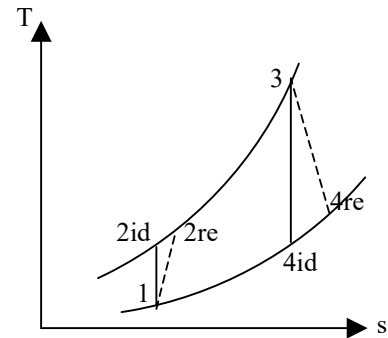
$$\eta_C \text{ (di confronto calcolato tra le } T \text{ estreme del ciclo } T_1 \text{ e } T_3) =$$

$$1 - 298/1273 = 76.6\%$$

$$\eta_2 = \eta_1 / \eta_C = 49.1\% \text{ dice quanto il ciclo sfrutta le sorgenti di}$$

calore  $T_1$  e  $T_3$ .

Nel piano T-s si disegnano due isobare (ricordare  $s=\log(T) + \text{cost}$ , ottenute per traslazione), due isoentropiche, e le trasformazioni reali tratteggiate ( $l'$ entropia aumenta, in entrambe  $T_{re}>T_{id}$ )



8) Tre vetture identiche tranne che nella motorizzazione, hanno le seguenti percorrenze:

Vettura a Gasolio: 18 km/litro

Vettura a benzina: 16 km/litro

Vettura a GPL: 12 km/litro

Elencarle secondo gli ordini di efficienza energetica, ed economica.

Lo scopo di questo esercizio è di abituarsi a ragionare senza i paraocchi dell'abitudine.

Cercare il Potere Calorifico Inferiore dei vari combustibili

9) Si consideri una turbina a gas, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton reale, con rapporto di compressione manometrico  $\beta$ , e rendimenti di compressore e turbina rispettivamente  $\eta_C$  e  $\eta_T$ . Determinare le relazione tra le temperature del ciclo quando esso è in grado di auto sostenersi senza produrre lavoro.

Lo scopo di questo esercizio è di abituarsi a ragionare con valori simbolici per cercare gruppi di variabili con espressione uguale in modo da poterli semplificare ed arrivare a relazioni simboliche semplici.

**Soluzione**

Nomenclatura

$T_1$  = temperatura a inizio compressione

$T_{2id}$  = temperatura a fine compressione ideale isoentropica

$T_{2re}$  = temperatura a fine compressione reale

$T_3$  = temperatura a inizio espansione

$T_{4id}$  = temperatura a fine espansione ideale isoentropica

$T_{4re}$  = temperatura a fine espansione reale

$$\beta = p_2/p_1 = p_3/p_4$$

$$\theta = c_p/c_v = (\gamma - 1)/\gamma$$

Convenzioni: calore e lavoro scambiati sono considerati in valore assoluto, in modo da essere sempre positivi.

Relazioni utili

$$l_{NU} = 0 = |l_C| - |l_T|, \text{ da cui, } l_C = l_T, \text{ e anche } q_{IN} = q_{OUT}$$

$$T_{2id} = T_1 * \beta^\theta \text{ oppure } T_1 = T_{2id} / \beta^\theta$$

$$T_{4id} = T_3 / \beta^\theta \text{ oppure } T_3 = T_{4id} * \beta^\theta$$

$$l_{comp} = c_p (T_{2re} - T_1) = c_p (T_{2id} - T_1) / \eta_C = c_p (T_{2id} - T_{2id} / \beta^\theta) / \eta_C = c_p T_{2id} (1 - \beta^{-\theta}) / \eta_C$$

$$\text{oppure } = c_p (T_1 * \beta^\theta - T_1) / \eta_C = c_p T_1 (\beta^\theta - 1) / \eta_C$$

$$l_{turb} = c_p (T_3 - T_{4re}) = c_p (T_3 - T_{4id}) * \eta_T = c_p (T_3 - T_3 / \beta^\theta) * \eta_T = c_p T_3 (1 - \beta^{-\theta}) * \eta_T$$

$$\text{oppure } = c_p (T_{4id} * \beta^\theta - T_{4id}) * \eta_T = c_p T_{4id} (\beta^\theta - 1) * \eta_T$$

Si voglia indicare  $T_3$  in funzione dei vari parametri

$$\text{Uguagliando } l_{comp} = l_{turb}$$

$$c_p T_{2id} (1 - \beta^{-\theta}) / \eta_C = c_p T_3 (1 - \beta^{-\theta}) * \eta_T$$

si ottiene

$$T_3 = T_{2id} / \eta_C / \eta_T = T_1 * \beta^\theta / \eta_C / \eta_T$$

In particolare, per trasformazioni ideali  $T_3 = T_2$ . E' possibile ricavare semplici relazioni tra  $T_{4id}$  e  $T_1$ , o introdurre le T reali a costo di maggiore complessità.

## 19a Flussi incomprimibili e perdite di carico in condotti

Questo paragrafo è un riassunto di quanto detto a lezione. Per spiegazioni più approfondite, fare riferimento al libro di testo.

Partendo dal 1°PdT per sistemi aperti, ed introducendo una serie di ipotesi e semplificazioni

- **fluido incomprimibile**. Per esempio acqua, oppure aria in impianti aeraulici (di climatizzazione) dove le variazioni di volume specifico sono minime e possono essere trascurate in molti calcoli, tipicamente di portate e perdite di carico, usando dei valori medi.

- moto unidimensionale, cioè la velocità del fluido in ogni sezione non varia nella sezione ma è approssimata al valor medio  $w = 1/A \int_A w(A) dA$  su tale sezione

- condizioni stazionarie, cioè termine di accumulo del volume di controllo nullo, quindi si conserva la portata massica  $m'_{in} = m'_{out} = m'$ , ed anche  $m' = \rho w A$ , ed essendo  $\rho = \text{cost}$  si conserva anche quella volumetrica  $V' = w A$ , in qualunque sezione

- unico potenziale quello gravitazionale (accelerazione  $g$ )

mantenendo separati i termini  $u$  e  $pv$  (invece di unirli nell'entalpia) per i calcoli iniziali

$$1^\circ \text{PdT} \quad m'_{in}(u + pv + w^2/2 + gz)_{in} + L'_{in} + Q'_{in} = m'_{out}(u + pv + w^2/2 + gz)_{out}$$

È possibile dividere per  $m'$ , usando i pedici 1 e 2 invece di in e out, ottenendo

$$u_1 + p_1 v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} + q_{in} = u_2 + p_2 v_2 + w_2^2/2 + gz_2$$

- considerando per il momento le trasformazioni tutte ideali, senza perdite, è possibile separare i termini energetici in calore e lavoro, ottenendo due equazioni indipendenti

Energia termica  $u_1 + q_{in} = u_2$

Energia meccanica  $p_1 v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} = p_2 v_2 + w_2^2/2 + gz_2$  [energia]

la seconda può essere presentata in vari modi,

moltiplicando per la densità  $\rho = v^{-1}$  (che è costante) fornisce delle pressioni,

$$\rho p_1 + \rho p_1 v_1 + \rho w_1^2/2 + \rho g z_1 + \rho l_{in} = \rho p_2 + \rho p_2 v_2 + \rho w_2^2/2 + \rho g z_2 \quad [\text{pressione}]$$

dove il termine di lavoro entrante è spesso  $l_{in} = v \Delta p_{in}$ , quindi  $\rho$  e  $v$  si semplificano, resta  $\Delta p_{in}$  invece divisa per  $g$  fornisce delle quote (altezza, tipico dell'idraulica),

$$p_1/\rho g + w_1^2/2g + z_1 + l_{in}/g = p_2/\rho g + w_2^2/2g + z_2 \quad [\text{altezza}]$$

si semplifica il dovuto, si chiamerà  $\gamma = \rho g$ , sostituendo  $l_{in}/g = v \Delta p_{in}/g = \Delta p_{in}/\rho g = \Delta p_{in}/\gamma$

si ottengono tre equazioni che rappresentano la conservazione dell'energia meccanica, in diverse unità di misura, che sono di uso abituale in diverse materie

energia	$p_1 v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} = p_2 v_2 + w_2^2/2 + gz_2$	[J/kg]
pressione	$p_1 + \rho w_1^2/2 + \rho g z_1 + \Delta p_{in} = p_2 + \rho w_2^2/2 + \rho g z_2$	[Pa]
altezza	$p_1/\gamma + w_1^2/2g + z_1 + \Delta p_{in}/\gamma = p_2/\gamma + w_2^2/2g + z_2$	[m]

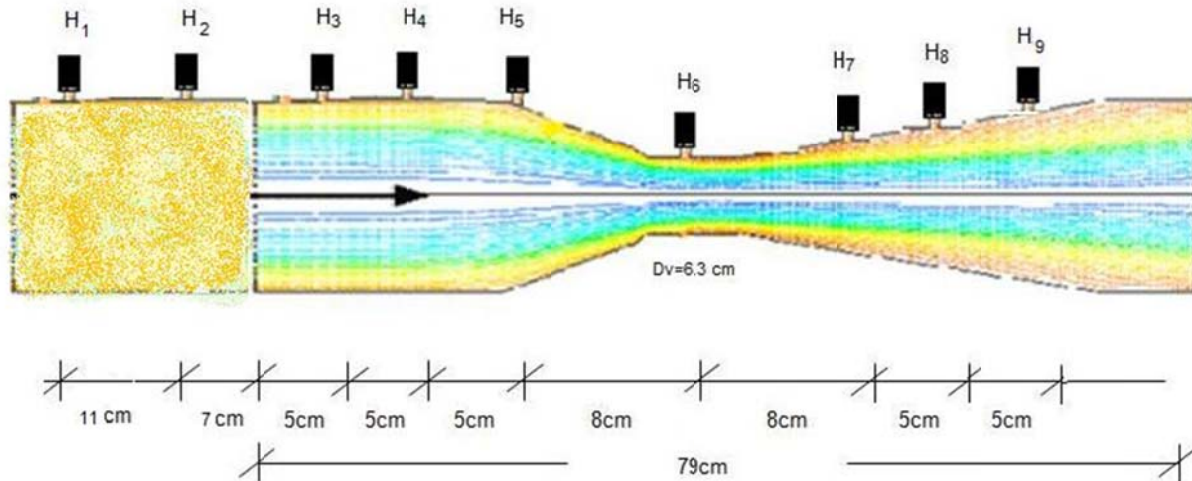
### Equazione di Bernoulli

L'ulteriore semplificazione di non avere lavoro entrante porta all'equazione di Bernoulli, di conservazione dell'energia che può essere espressa in una qualunque delle tre forme, in idraulica sovente la terza

$$p/\gamma + w^2/2g + z = \text{costante} \quad [\text{m}]$$

### Tubo (o condotto) Venturi

È un tubo con una restrizione, detta gola, opportunamente raccordata con un convergente ed un divergente, tra le applicazioni è usato per misurare le portate di fluidi, nei carburatori per aspirare il combustibile.



Detta  $A_1$  la sezione piena (a monte e a valle) e  $A_2$  quella ristretta, il condotto sia sufficientemente corto oppure orizzontale per cui  $\Delta z=0$ , resta

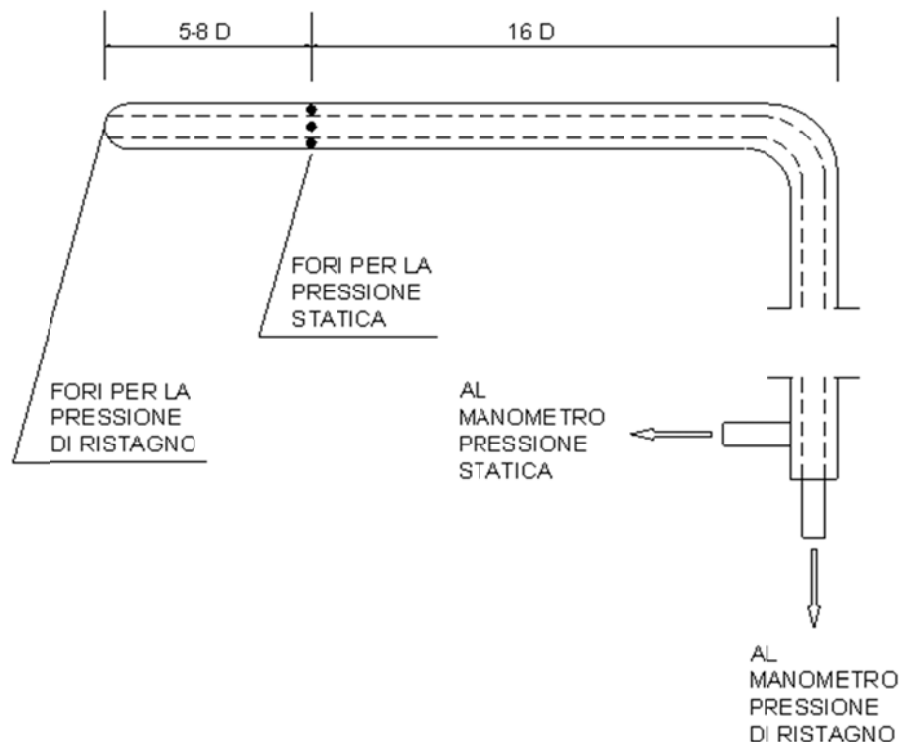
$$p_1 + \rho w_1^2/2 = p_2 + \rho w_2^2/2 \quad \text{cioè} \quad p_1 - p_2 = \rho(w_2^2 - w_1^2)/2 = \rho w_1^2/2 (w_2^2/w_1^2 - 1)$$

dalla conservazione della portata introducendo  $\rho w_1 A_1 = \rho w_2 A_2$ , cioè  $w_2/w_1 = A_1/A_2$ , si ottiene  $\Delta p = \rho w_1^2/2 (A_1^2/A_2^2 - 1)$

Per cui il  $\Delta p$  risulta proporzionale alla densità, al quadrato della portata ( $m' \propto w_1$ ) e al quadrato del rapporto tra le sezioni massima e minima. Verifica: se  $A_2=A_1$ , il tubo non ha strizione,  $\Delta p=0$ .

### Tubo di Pitot

Si realizza tramite due tubi concentrici, inseriti in un fluido in moto relativo. Nei tubi non vi è flusso poiché la seconda estremità è chiusa dai sensori di pressione. Il tubo interno è aperto frontalmente, per cui “sente” la pressione totale (di ristagno) del fluido impattante, cioè tutta l’energia cinetica del flusso si converte in pressione. Il tubo esterno è aperto lateralmente e “sente” solamente la pressione statica.



Valgono le relazioni

$$p_2 = p_1 + \rho w_1^2/2, \quad \Delta p = \rho w^2/2, \quad w = (2 \Delta p / \rho)^{1/2}$$

## Ugello

Ha normalmente lo scopo di fornire velocità ad un flusso. Nell'ipotesi di **incomprimibilità**, quindi di conservazione del prodotto  $w \cdot A$ , la velocità è massima in corrispondenza della sezione minima, quindi è spesso conformato come un condotto convergente (in caso di flusso di gas comprimibile e supersonico sarebbe un convergente-divergente, ma questo è oltre i limiti dell'idraulica). Valgono le stesse relazioni del Venturi.

Se l'ugello origina da un serbatoio dove le sezioni sono sufficientemente grandi da poter essere considerate infinite e la velocità nulla,  $A_1 \rightarrow \infty$ ,  $w_1 \rightarrow 0$ , chiamando  $w$  la velocità alla sezione minima, resta:

$$\Delta p = \rho w^2 / 2 (1 - A_2^2 / A_1^2) = \rho w^2 / 2$$

Invertendo  $w = (2 \Delta p / \rho)^{1/2} (1 - A_2^2 / A_1^2) = (2 \Delta p / \rho)^{1/2}$ , detta velocità di Bernoulli

Sostituendo  $p = \rho g Z$ , si ottiene  $w = (2 \rho g \Delta Z / \rho)^{1/2} = (2 g \Delta Z)^{1/2}$

## Portata di un ugello

Nella realtà la portata di un ugello è inferiore a quella teorica che si otterrebbe con  $w_{\text{Bernoulli}}$ .

Poiché la velocità media è inferiore a quella massima teorica, e il flusso risente della geometria di ingresso per cui mostra una strizione ed è come se sfruttasse un'area inferiore a quella disponibile, si introducono dei coefficienti correttivi  $C_{\text{Area}}$  e  $C_{\text{Velocità}}$  il cui prodotto fornisce  $C_{\text{Portata}}$  o  $C_{\text{Efflusso}}$ , spesso unico valore noto sperimentalmente. Si ottiene

$$m' = C_{\text{eff}} \rho W_{\text{Bernoulli}} A_{\text{Nominale}} = C_{\text{eff}} \rho (2 \Delta p / \rho)^{1/2} A_N = C_{\text{eff}} (2 \rho \Delta p)^{1/2} A_N$$

Per un imbocco circolare a spigolo vivo sono noti  $C_{\text{Area}} \cong 0.66$ ,  $C_{\text{Eff}} \cong 0.6$  (varia con Reynolds)

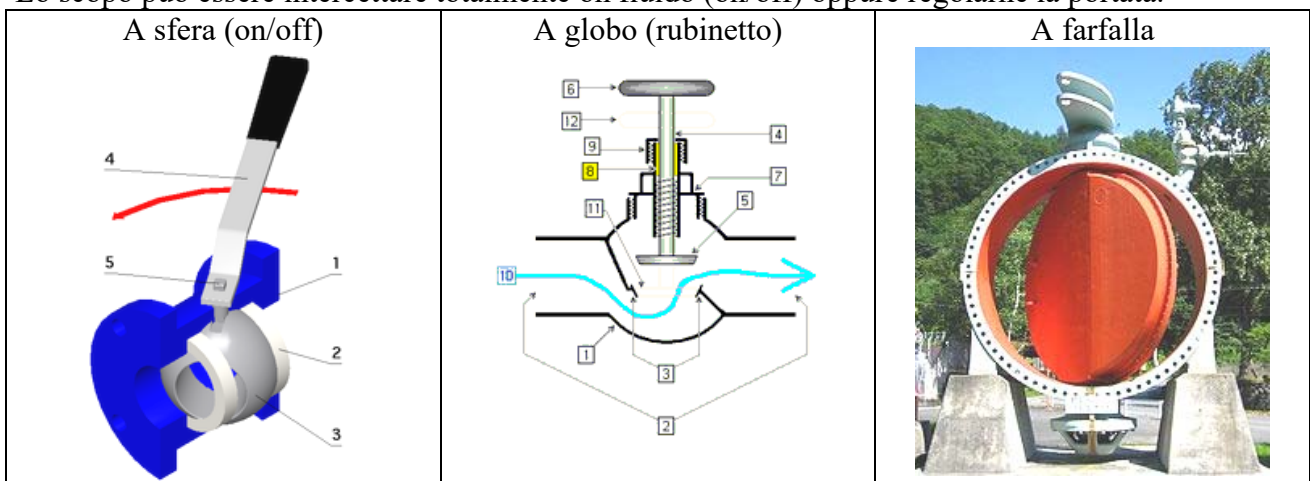
Per imbecchi con smusso,  $C_{\text{Eff}} \cong 0.7 \div 0.8$

Per imbecchi conici lunghi,  $C_{\text{Eff}} \cong 0.9$

Per imbecchi ben raccordati ("trombette di ammissione" dei motori),  $C_{\text{Eff}} \cong 0.95 \div 1$

## Valvola

E' un condotto con la sezione ristretta variabile, ne esistono moltissime varianti (foto: Wikipedia). Lo scopo può essere intercettare totalmente on fluido (on/off) oppure regolarne la portata.



Valgono le relazioni

$$m' = C_{\text{eff}} \rho W_{\text{Bernoulli}} A_{\text{Nominale}} = C_{\text{eff}} \rho (2 \Delta p / \rho)^{1/2} A = C_{\text{eff}} (2 \rho \Delta p)^{1/2} A$$

$$V' = C_{\text{eff}} W_{\text{Bernoulli}} A_{\text{Nominale}} = C_{\text{eff}} (2 \Delta p / \rho)^{1/2} A$$

Commercialmente, allo scopo di semplificare i conti, sono indicati dei coefficienti volumetrici, usualmente  $K_V$  (USA) o  $C_V$  (Europa), formulati per acqua o aria, che raccolgono tutti i fattori "costanti" ( $A$ ,  $C_{\text{eff}}$ ,  $\rho$ ) e i coefficienti di conversione, per cui risulta

$$V' = K_V * \Delta p^{1/2} (V' = \text{GPM}, p = \text{PSI}) \quad \text{oppure} \quad V' = C_V * \Delta p^{1/2} (V' = \text{m}^3/\text{h}, p = \text{Bar})$$

I coefficienti  $K_V$  e  $C_V$  hanno dimensioni proprie, fare attenzione che cambiando le unità di misura, occorre convertire anche i coefficienti.

Attenzione a non confondere  $C_{Volumetrico}$  con  $C_{Velocità}$ , a volte entrambi abbreviati con  $C_V$ .

### Perdite di carico

Rimuovendo l'ipotesi di flusso ideale (al momento mantenendo la pompa come macchina ideale) introduciamo le perdite di pressione (o di carico, termine più idraulico) lungo le tubazioni, che per attrito degradano l'energia meccanica ad energia interna (termica). Le perdite nelle tre forme dell'equazione dell'energia saranno espresse con le opportune dimensioni (la simbologia varia molto a seconda dei testi e delle materie).

Partendo dalla conservazione dell'energia (1° PdT per sistemi aperti stazionari)

$$u_1 + p_1 v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} + q_{in} = u_2 + p_2 v_2 + w_2^2/2 + gz_2$$

si separa il lavoro  $l_{in}$  fornito dalla pompa in due parti, dette  $l_{Cons}$  quello necessario per bilanciare i tre termini conservativi e  $l_{PC}$  quello che verrà dissipato dalle perdite di carico,

si sostituisce  $l_{in} = l_{Cons} + l_{PC}$  ottenendo

$$u_1 + p_1 v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{Cons} + l_{PC} + q_{in} = u_2 + p_2 v_2 + w_2^2/2 + gz_2$$

ora è possibile evidenziare e separare i termini che contribuiscono alle variazioni della sola energia interna (che si manifesta come variazione di temperatura)

(a)  $u_1 + l_{PC} + q_{in} = u_2$ , introdurli al secondo termine (sostituire  $u_2$ ) e semplificare

$$\underline{u}_1 + p_1 v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + (l_{Cons} + l_{PC}) + \underline{q}_{in} = \underline{u}_1 + l_{PC} + \underline{q}_{in} + p_2 v_2 + w_2^2/2 + gz_2$$

restano così solo i termini che riguardano l'energia meccanica e le perdite di carico

(b)  $p_1 v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} = p_2 v_2 + w_2^2/2 + gz_2 + l_{PC}$

Le due equazioni (a) e (b) permettono di fare i bilanci "del calore" e "del lavoro" in modo indipendente, e comunicano tra di loro tramite il solo termine dell'energia dissipata  $l_{PC}$ . Tali perdite di carico possono essere calcolate come mostrato a breve.

Si riporta la sola equazione delle quantità meccaniche nelle tre unità di misura:

energia meccanica	$p_1 v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} = p_2 v_2 + w_2^2/2 + gz_2 + l_{PC}$	[J/kg]
pressione	$p_1 + \rho w_1^2/2 + \rho gz_1 + \Delta p_{in} = p_2 + \rho w_2^2/2 + \rho gz_2 + \Delta p_{PC}$	[Pa]
altezza	$p_1/\gamma + w_1^2/2g + z_1 + \Delta p_{in}/\gamma = p_2/\gamma + w_2^2/2g + z_2 + \Delta z_{PC}$	[m]

Se inoltre la pompa non è ideale, introdurrà un lavoro maggiore  $L_{in\_re} = L_{in}/\eta$ , dove la parte in più è dissipata immediatamente nel fluido (per attrito delle pale) come ulteriore energia interna.

Le perdite di carico nelle condotte (tubazioni etc.) vengono suddivise in concentrate e distribuite.

**Concentrate:** dovute a fattori locali, come variazioni improvvise della sezione, curve, giunzioni e biforcazioni, valvole

**Distribuite:** dovute all'attrito sulle pareti di lunghe condotte

Sono normalmente espresse come frazione dell'energia cinetica specifica del flusso

$$\text{Perdite Concentrate: } K * [w^2/2; \rho w^2/2; w^2/2g]$$

Il coefficiente  $K$  si trova tabulato per varie geometrie usuali, espresso su grafici o in funzione di semplici relazioni tra grandezze note (rapporto di aree, angoli di deviazione etc)

$$\text{Perdite Distribuite } [l_{PC}; \Delta p_{PC}; \Delta z_{PC}] = f L/D [w^2/2; \rho w^2/2; w^2/2g]$$

Il coefficiente (di attrito)  $f$  (a volte  $\lambda$ ) è funzione del N° di Reynolds  $Re$ ; per tubi non cilindrici, si calcola  $Re$  con il diametro idraulico  $D_{idr} = 4A/\text{Perimetro}$ .  $f$  varia in funzione della rugosità delle superfici: si distinguono tubi lisci e tubi scabri aventi come parametro la rugosità relativa al diametro ( $\epsilon_{rel} = \epsilon/D$ ). E' espresso in forma esplicita o implicita a seconda dei valori, con formule o graficamente nell'abaco di Moody.

Per una linea composta da tratti aventi differenti diametri  $D_i$  con giunzioni e curve, si ottiene quindi

$$\Delta P_{PC-tot} = \Delta P_{distr} + \Delta P_{conc} = \sum_i f_i L_i/D_i \rho w_i^2/2 + \sum_j k_j \rho w_j^2/2$$

Le perdite concentrate sono indicate a volte come numero di diametri equivalenti, cioè ad ogni singolarità  $j$  corrisponde una perdita di carico pari a  $N$  volte  $L/D$ ; ciò facilita i calcoli delle perdite

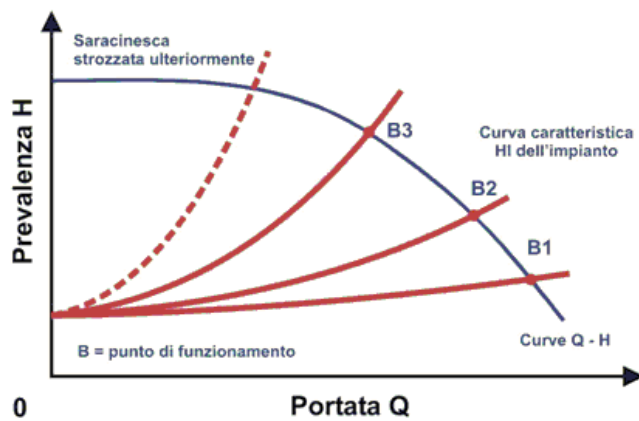
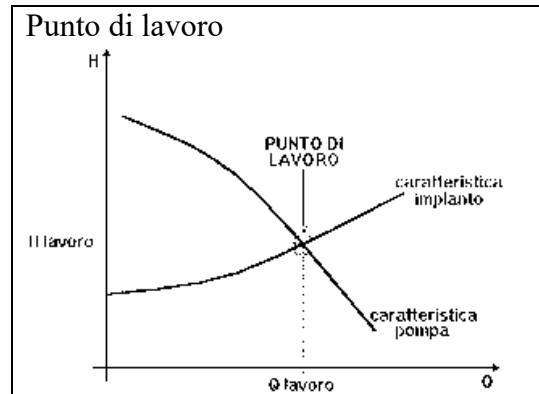
di carico in una linea a diametro costante, perché nei calcoli sostituisce ogni singolarità con una lunghezza equivalente.

## Curve caratteristiche, punto di lavoro

La caratteristica di un impianto viene espressa come perdita di pressione (etc..) in funzione della portata; è l'equivalente elettrico di una resistenza, può avere una parte fissa (quota da superare) ed una quadratica (perdite di carico). La caratteristica di una pompa viene espressa come pressione o carico fornito in funzione della portata, spesso ha come parametro la velocità (spesso RPM); è l'equivalente elettrico di un generatore non ideale.

Rappresentandole sullo stesso grafico, l'incrocio delle due curve individua il punto di funzionamento.

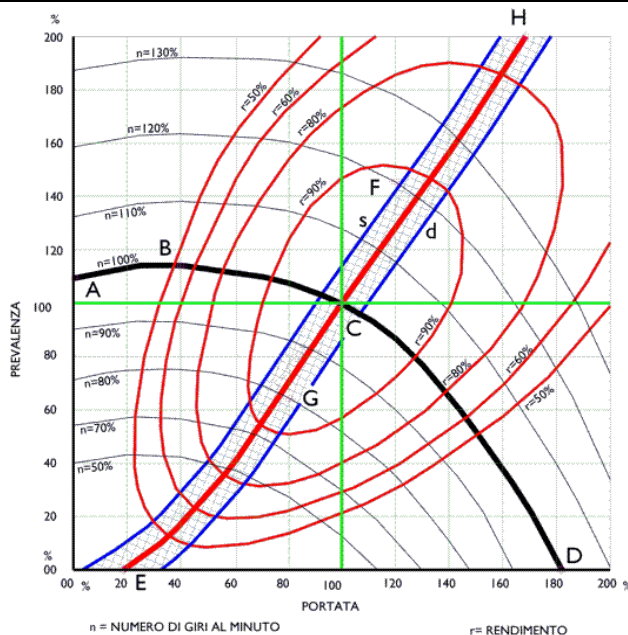
La regolazione (p.e. per variare la portata) può essere effettuata modificando una o entrambe le curve caratteristiche a seconda delle possibilità, su quella della pompa variandone la velocità, o spesso su quella dell'impianto azionando una valvola (che dal punto di vista dell'efficienza, è come guidare un veicolo con l'acceleratore sempre al massimo, e regolare la velocità con i freni).



Regolazione su curva impianto

Blu = pompa

Rosso = impianto a varie aperture della valvola di regolazione



Regolazione su curva pompa

Valori delle curve in % rispetto ai valori nel punto di ottimo C

Curve nere = caratteristica della pompa a vari regimi

Rossa banda blu = caratteristica impianto  
con margini di errore

Linee rosse = iso-rendimento 90% 80% ...

La regolazione avviene variando la velocità della pompa, che è stata scelta accoppiandola correttamente all'impianto in modo che il punto di lavoro si trova sempre nella zona di miglior rendimento per ciascun regime

## 19b Impianti idraulici, esercizi

1) Una pompa centrifuga con le seguenti curve caratteristica e di rendimento  $H, Q$ ):

$$H_p = 26 + 2Q - 85Q^2 \quad [\text{m}] \quad \eta = 1 - 0.3Q - Q^2 \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

è installata sul circuito di raffreddamento di un condensatore predisposto per assorbire una potenza termica di 15 MW. L'acqua calda, dopo avere attraversato il condensatore viene inviata ad una torre di raffreddamento. L'ingresso dell'acqua nella torre è posto in una vasca il cui pelo libero, a pressione atmosferica, è mantenuto ad una quota  $h_1 = 7$  m. L'acqua viene raffreddata nella torre e viene raccolta sotto di essa in una vasca il cui pelo libero, a pressione atmosferica, è mantenuto ad una quota  $h_2 = 2$  m. La pompa aspira l'acqua da tale vasca e la reinvia al condensatore il cui attraversamento causa una perdita di carico concentrata pari a 5 quote cinetiche. Considerato che il circuito, costituito da tubi di diametro costante pari a  $D = 300$  mm e lunghezza di 25 metri a monte e 40 metri a valle della pompa, si valutino il punto di funzionamento, la potenza assorbita dalla pompa e l'incremento di temperatura dell'acqua nell'attraversamento del condensatore.

2) Il funzionamento di una pompa centrifuga in rotazione alla velocità di rotazione di 1500 Rpm e che elabora olio diatermico è descritto dalla curva caratteristica:

$Q \text{ (m}^3/\text{h)}$	$H \text{ (m)}$	$\eta(\%)$
0	31	
50	30.6	44
100	29.4	70
150	27.4	78
200	24.6	75
250	21	70

L'impianto è definito da un dislivello geodetico di 18 m, le tubazioni hanno un diametro  $D = 10$  cm e una lunghezza complessiva di 25 m. Si ipotizzi la curva di impianto parabolica e si determini il punto di funzionamento e la potenza assorbita dalla macchina.

3) Un impianto di ventilazione è costituito da una tubazione a sezione quadrata di lato 20 cm e rugosità relativa pari a 6 ‰ in cui scorre aria a temperatura ambiente. La tubazione ha lunghezza complessiva  $L = 50$  m e presenta perdite concentrate pari a 10 m. Ipotizzando una portata richiesta pari a  $100 \text{ m}^3/\text{h}$  calcolare la prevalenza che il ventilatore di alimentazione deve fornire e la relativa potenza se il rendimento della macchina è 0.78

4) Una rete di teleriscaldamento urbano è alimentata con acqua calda pressurizzata a  $130^\circ\text{C}$ , 10 bar che ritorna alla centrale a  $75^\circ\text{C}$  dopo aver subito perdite di carico concentrate sulla linea pari a 40 m.c.a.. L'attraversamento degli scambiatori di calore della centrale comporta una perdita di carico aggiuntiva di 10 m.c.a.. Le tubazioni hanno diametro  $D = 60$  cm e lunghezza complessiva 1 km e coefficiente di perdita  $\lambda = 0.03$ . L'acqua della rete è movimentata da una pompa avente la curva caratteristica  $H = 118 - 75Q^2$  e di rendimento  $\eta = 0.5 + 0.47Q - 0.148Q^2$ . I rendimenti organico ed elettrico dei motori che azionano le pompe (all'incirca costanti al variare della portata) sono rispettivamente 98% e 94%. Determinare la potenza elettrica assorbita dalla pompa di circolazione nel punto di funzionamento e determinare l'incremento di temperatura del liquido a causa di tutte le dissipazioni dell'impianto.

- L'installazione della pompa alla mandata della rete (a valle dello scambiatore di calore) è una buona idea?
- Inoltre, la portata diretta al teleriscaldamento è scaldata tramite uno scambiatore di calore in controcorrente da un flusso di vapore saturo alla temperatura di  $140^\circ\text{C}$ . All'uscita dello scambiatore il fluido scaldante è in condizioni di liquido saturo. Sapendo che il coefficiente di scambio termico tra tubazione e acqua è  $h_a = 2200 \text{ W/m}^2\text{K}$  e quello tra tubazione e vapore è  $h_v = 500 \text{ W/m}^2\text{K}$ , determinare il diagramma di scambio termico, la portata di vapore necessaria a scaldare il fluido diretto al teleriscaldamento e la superficie dello scambiatore.



## 20 Temi d'esame

1) Per raffreddare un componente elettronico che deve dissipare 100W, senza superare i 60°C in un ambiente a 40°C, si usano alette rettangolari in alluminio ( $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_P=900 \text{ J/kg.K}$ ,  $\lambda=200 \text{ W/m.K}$ ), spessore  $s=1\text{mm}$ , larghezza  $w=60\text{mm}$ , convezione forzata tale che  $h=50 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Determinarne la lunghezza  $L$  che dia efficienza minima del 90%, ma che non superi i 4 cm per motivi di ingombri. Determinare quindi il numero di alette necessarie. (Nel grafico, capire cos'è  $A_m$ )

Grafico	$L_c$	$A_m$
Rettangolari	$L + s/2$	$L * s$
triangolari	$L$	$L * s/2$

### Soluzione (TEMA D'ESAME del 5

febbraio 2008):

Prima possibilità: si verifichi subito l'efficienza per aletta da  $L=4 \text{ cm}$ :  $L_c = 0.04 + 0.001/2 = 0.0405$ , parametro  $L_c^{3/2} [h/\lambda / L/s]^{1/2} = 0.0405^{3/2} * [50/200/0.04/0.001]^{1/2} = 0.00815 * 6250^{1/2} = 0.644$

da cui efficienza circa 80%. 4 cm sono troppi.

Per risolvere  $L$ , si può approssimare  $L_c \cong L$  e semplificare la formula

$$L_c^{3/2} [h/\lambda / L/s]^{1/2} = L^{3/2} h^{1/2} \lambda^{-1/2} L^{-1/2} s^{-1/2} = L^1 h^{1/2} \lambda^{-1/2} s^{-1/2}$$

Da cui risulta che il parametro è lineare con  $L$ . Visto l'andamento abbastanza lineare dell'efficienza fino a 80%, si deduce che l'efficienza 90% si trova per  $L$  dimezzata, cioè circa 2 cm.

Risolvendo la ricerca di  $L_{\text{aletta}}$  come inizio, con l'approssimazione  $L^1 h^{1/2} \lambda^{-1/2} s^{-1/2}$ : sul grafico si trova che per  $\varepsilon=90\%$  il parametro vale circa 0.35. Da cui  $L^1 h^{1/2} \lambda^{-1/2} s^{-1/2} = 0.35$

$$L^1 = 0.35 h^{-1/2} \lambda^{1/2} s^{1/2} = 0.35 * 50^{-1/2} * 200^{1/2} * 0.001^{1/2} = 0.022 \text{ m} = 2.2 \text{ cm}$$

A questo punto  $Q' = \varepsilon h A_{\text{tot}} \Delta T$  numericamente  $\frac{100}{0.90 * 50} = n * (2 * 0.0225 * 0.060) * 20$  da cui  $n = 41.15$ , intero superiore è 42 alette. Non sono stati considerati coefficienti di sicurezza (sporco, perdita efficienza ventole etc).

2) Un tubo ( $D_{\text{est}}=10\text{cm}$ ,  $D_{\text{int}}=8.5\text{cm}$ , lunghezza 6m) di acciaio ( $\rho=7870 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_P=450 \text{ J/kg.K}$ ,  $\lambda=70 \text{ W/m.K}$ ) dopo la trafilatura si trova a 160°C; viene lasciato all'aria ( $T_{\text{aria}}=20^\circ\text{C}$ , convezione  $h=5 \text{ W/m}^2\text{K}$ ): dopo quanto tempo può essere maneggiato senza problemi?

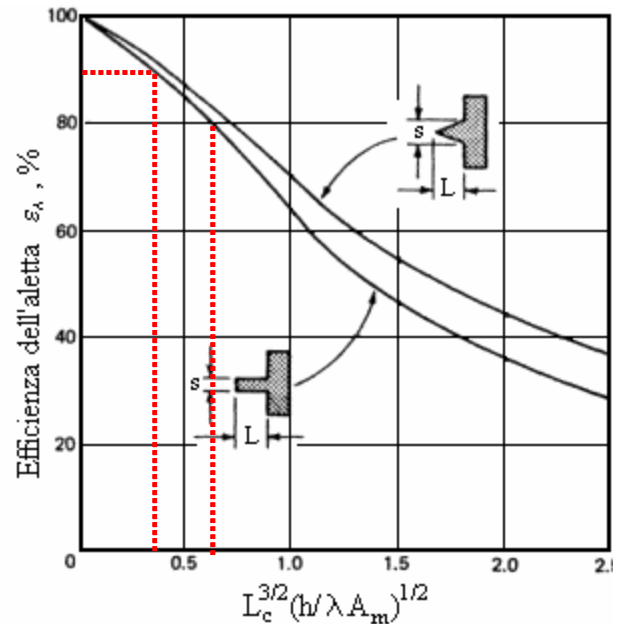
### Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Si verifichi tramite il numero di Biot se il problema può essere affrontato con il metodo dei parametri concentrati. Come prima approssimazione in  $Bi = hL/\lambda$  si può scegliere  $L=\text{spessore}=7.5\text{mm}$ , poiché la massa da raffreddare è quella dell'acciaio, e la superficie attraverso cui si raffredda è principalmente quella esterna (il tubo è così lungo e stretto che all'interno circola poca aria, se non la si forza), lo spessore abbastanza piccolo rispetto al diametro. Si ottiene  $Bi = 5 * 0.0075 / 70 = 0.0005$ , verificato. Sarebbe stato possibile scegliere  $L = \text{Volume}_{\text{corona cilindrica}} / \text{area}_{\text{esterna}}$ .

Per maneggiarlo si scelga per esempio  $T_{\text{finale}}=30^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_{\text{finale}}=10^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_{t=0}=140^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_{\text{finale}}/\Delta T_{t=0} = e^{-t/\tau}$ ,  $\tau = \rho V c_P / (h A) = \rho * \pi (D_2^2 - D_1^2) / 4 * L * c_P / (5 * \pi D L) = 7870 * (0.1^2 - 0.085^2) * 450 / (4 * 5 * 0.1) = 4900\text{s}$

$$T_{\text{finale}} = 30, t = -\ln(10/140) * \tau = 2.64 * 4900 \text{ s} = 12900 \text{ s} = 3\text{h}35'$$

$$T_{\text{finale}} = 40, t = -\ln(20/140) * \tau = 1.94 * 4900 \text{ s} = 9535 \text{ s} = 2\text{h}40'$$



3) In un edificio la temperatura interna è 22°C (coefficiente di convezione  $h_{int} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$ ), quella esterna 0°C (coefficiente di convezione  $h_{est} = 14 \text{ W/m}^2\text{K}$ ). Le pareti sono in laterizio semplice (spessore 30 cm, conducibilità  $\lambda_m = 0.7 \text{ W/mK}$ ), le finestre in doppio vetro (spessore  $s_v = 4 \text{ mm}$  conducibilità  $\lambda_v = 1.3 \text{ W/mK}$ ) separate da intercapedine d'aria (moti convettivi assenti). Dall'interno dell'edificio sono più caldi i muri o i vetri delle finestre?

**Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):**

Si confronti la resistenza termica (specificata per semplicità) dove c'è la parete ( $R_{par} = 1/h_{int} + s_p/\lambda_p + 1/h_{est} = 1/6 + 0.3/0.7 + 1/14 = 0.667 \text{ K.m}^2/\text{W}$ ), con la resistenza delle finestre, scelto lo spessore dello strato d'aria (p.e. 15 mm), la cui conducibilità si ricava dalle tabelle per una temperatura all'incirca intermedia tra esterno ed interno ( $\lambda = 0.0246$ ), si ottiene:  $R_{fin} = 1/h_{int} + s_v/\lambda_v + s_a/\lambda_a + s_v/\lambda_v + 1/h_{est} = 1/6 + 0.004/1.3 + 0.015/0.0246 + 0.004/1.3 + 1/14 = 0.854 \text{ K.m}^2/\text{W}$ . In tal caso la resistenza termica della finestra è maggiore di quella della parete, quindi il flusso termico inferiore ( $Q'_{sp} = \Delta T/R_{tot} \rightarrow \Phi_{par} = 22/0.667 = 33 \text{ W/m}^2$ ,  $\Phi_{fin} = 22/0.854 = 25.8 \text{ W/m}^2$ ). Si possono quindi calcolare le temperature delle superfici interne, oppure semplicemente ragionando stabile quale strato convettivo abbia  $\Delta T$  maggiore: poiché  $\Phi = \Delta T_{conv}/R_{conv}$  risulta  $\Delta T_{conv} = \Phi * R_{conv}$  con  $R_{conv}$  uguale nei due casi ( $1/h_{int}$ ) e flusso diverso che determina la differenza:  $\Delta T_{conv\_par} = \Phi_{par} * R_{conv} > \Delta T_{conv\_fin} = \Phi_{fin} * R_{conv}$  per cui la parete è più fredda della finestra. Numericamente:

$$\Delta T_{conv\_par} = 33 * 1/6 = 5.5^\circ\text{C}, \quad T_{par} = 22 - 5.5 = 16.5$$

$$\Delta T_{conv\_fin} = 25.8 * 1/6 = 4.3^\circ\text{C}, \quad T_{fin} = 22 - 4.3 = 17.7 \text{ (+ calda)}$$

4) Ricavare il valore del raggio critico in materiale conduttore termico a geometria cilindrica, spiegandone il significato e l'uso.

**Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):**

Si trova l'espressione simbolica della resistenza termica  $R_{tot}$  per uno tubo di materiale dato (dati:  $r_{int}$ ,  $r_{est}$ ,  $L$ ,  $\lambda$ ; dove  $r_{est}$  sia variabile) con all'esterno condizioni convettive (dati:  $h$ ). Si annulli la derivata prima di  $R_{tot}$  rispetto a  $r_{est}$ , ciò fornisce un valore dove, con altri semplici ragionamenti, c'è un minimo di  $R_{tot}$ , quindi un massimo di dispersione di calore. Al disopra di tale valore, l'aggiunta di spessore aumenta la resistenza termica, al di sotto la diminuisce. Se la cosa sia positiva o negativa dipende dallo scopo dell'applicazione.

5) Una piastra d'acciaio inox ( $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 450 \text{ J/kgK}$ ,  $\lambda = 16 \text{ W/mK}$ ) di spessore 0.2 m, inizialmente alla temperatura uniforme  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ , è riscaldata in un forno fino a che il centro raggiunge la temperatura  $T = 500^\circ\text{C}$ . La temperatura del forno è  $T_{forno} = 800^\circ\text{C}$  ed il coefficiente di convezione vale  $h = 150 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ . Determinare: il tempo necessario per raggiungere al centro la temperatura desiderata, la temperatura raggiunta in superficie.

**Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):**

Si calcoli il numero di Biot: per una parete che scambia calore su entrambe le facce la  $L$  caratteristica è il semispessore  $L = 0.1 \text{ m}$ .  $Bi = hL/\lambda = 150 * 0.1/16 = 0.9375$ , i coefficienti da utilizzare sono  $\lambda_1 = 0.8397$   $A_1 = 1.1131$ . La temperatura adimensionalizzazioni siano:  $X = x/L$ ,  $\theta = (T_{X,t} - T_\infty)/(T_{X,0} - T_\infty)$ , condizioni iniziali  $T_{X,0} = 20$ ,  $\theta_{X,0} = 1$ , si cercano  $t$  tale che  $T_{X=0,t} = 500$ ,  $\theta_{0,t} = (500 - 800)/(20 - 800) = 0.385$ , e la  $T_{X=1,t}$  nello stesso istante.

$$\theta_{0,t} = A_1 \exp(-\lambda_1^2 \tau) \quad 0.385 = 1.1131 \exp(-0.8397^2 \tau) \quad 1.0617 = 0.8397^2 \tau \quad \tau = 1.506$$

$$\tau = 1.506 = \alpha t / L^2 \quad t = L^2 \tau / \alpha = 0.01 * 1.506 / (16/7800/450) = 3300 \text{ s, cioè } 55 \text{ minuti}$$

in tale istante, la temperatura alla superficie è,  $\theta_{1,t} = 0.385 * \cos(0.8397 \text{ rad}) = 0.257$

quindi invertendo l'adimensionalizzazione  $(T - 800) = 0.257 * (20 - 800)$  si ottiene  $T_{superficie} = 599$ .

6) In un edificio i condotti dell'aria condizionata che arrivano in ciascuna bocchetta hanno sezione cm 20x40, ( $T_{aria} = 10^\circ\text{C}$ , velocità 1 m/s), il coefficiente di convezione esterno ai condotti è quello dominante per la dispersione del freddo e vale  $5 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Determinare la lunghezza dei condotti che fa perdere al flusso di aria fredda il 50% della sua capacità frigorifera.

**Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):**

Il condotto può essere considerato come uno scambiatore di calore di superficie incognita  $S=P \times L$  (Perimetro x Lunghezza). Per risolvere il problema delle temperature non esplicitate, si possono scegliere per esempio  $T_{\text{ambiente}}=30^\circ\text{C}$ , cosicché  $T_{\text{uscita\_bocchette}}=20^\circ\text{C}$  (il  $\Delta T$  dell'aria fredda rispetto all'ambiente passa da 20 a  $10^\circ\text{C}$ , è perso il 50% della capacità frigorifera).

$$\dot{m}' = \rho w S = (P/R/T) w S = 101325/(8314/29)/283 * 1 * 0.2*0.4 = 1.25 * 0.08 = 0.100 \text{ kg/s.}$$

$$\text{il calore fornito al flusso è } \dot{m}' c_p \Delta T = 0.1 \text{ kg/s} * 1004 \text{ J/kg.K} * 10 \text{ K} = 1004 \text{ W}$$

il flusso ha  $T_{\text{in}}=10$   $T_{\text{out}}=20$ , l'aria ambiente è sempre a  $30^\circ\text{C}$ , il  $\Delta T_{\text{ML}} = (20-10)/\ln(20/10) = 10/\ln 2 = 14.4^\circ\text{C}$  (se si usasse una media lineare risulterebbe 15).

Sarà quindi  $Q' = h A \Delta T_{\text{ML}}$ , cioè  $1004 = 5 * (0.4+0.2)*2 * L * 14.4$  da cui  $L = 11.6$  metri.

Considerare  $h_{\text{tot}}=h_{\text{est}}$  vuol dire considerare trascurabili la resistenza termica delle pareti (generalmente metallo sottile, in questo caso non isolato) e la resistenza da convezione interna al tubo (flusso in moto turbolento, coefficienti elevati, resistenza bassa)

Risolvendo con il metodo  $\varepsilon$ -NTU si ottiene

$$0.5 = e^{-\text{NTU}}, -\ln(0.5) = \text{NTU} = h P L / (\dot{m}' c_p) \text{ da cui } L = 0.693 * 0.1 * 1004 / (5 * 1.2) = 11.6 \text{ m}$$

7) In un tubo d'acciaio ( $L=10$  metri,  $D_{\text{int}}=50\text{mm}$ , spessore 6 mm,  $c_{p\_acc} = 450 \text{ J/kg.K}$ ,  $\lambda_{acc} = 60 \text{ W/m.K}$ ,  $\rho_{acc} = 7900 \text{ kg/m}^3$ ) scorre acqua calda ( $T=60^\circ\text{C}$ ,  $h_{\text{conv}}=2000 \text{ W/m}^2\text{K}$ ); il tubo è rivestito da 20 mm di isolante ( $\lambda_{is} = 0.2 \text{ W/m.K}$ ), ed è circondato da un ambiente con aria a  $10^\circ\text{C}$ , con coefficiente di convezione  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Determinare la perdita di calore, le temperature alle varie interfacce, se la scelta dell'isolante è stata fatta bene.

**SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)**

Raggi:  $r_1=0.025$ ,  $r_2=0.031$ ,  $r_3=0.051$

$$R_{\text{tot}} = 1/h_{\text{int}}A_{\text{int}} + \ln(r_2/r_1)/(2\pi L\lambda_{acc}) + \ln(r_3/r_2)/(2\pi L\lambda_{is}) + 1/h_{\text{est}}A_{\text{est}}$$

$$R_{\text{tot}} = 1/(2000*2\pi*0.025*10) + \ln(31/25)/(2\pi*10*60) + \ln(51/31)/(2\pi*10*0.2) + 1/(10*2\pi*0.051*10)$$

$$R_{\text{tot}} = 1/(2000*2\pi*0.025*10) + \ln(31/25)/(2\pi*10*60) + \ln(51/31)/(2\pi*10*0.2) + 1/(10*2\pi*0.051*10)$$

$$R_{\text{tot}} = 0.00032 + 0.000057 + 0.0396 + 0.031 = 0.071$$

$$Q' = \Delta T/R_{\text{tot}} = 50/0.071 = 702 \text{ W}$$

$$\Delta T_{\text{Conv\_int}} = 702*0.00032 = 0.2^\circ\text{C} \rightarrow T_{\text{int\_acc}} = 59.8^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{Acc}} = 702*0.000057 = 0.04^\circ\text{C} \text{ (trascurabile)} \rightarrow T_{\text{est\_acc}} = 59.76^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{Is}} = 702*0.0396 = 27.8^\circ\text{C} \rightarrow T_{\text{est\_is}} = 31.96^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{Conv\_est}} = 702*0.031 = 21.75^\circ\text{C} \rightarrow T_{\text{aria}} = 10.2^\circ\text{C} \text{ (accettabile per approssimazioni)}$$

$R_{\text{cr}} = \lambda/h = 0.2/10 = 0.02 \text{ m}$  (=20mm) **scelta isolante OK**, infatti il raggio dell'isolante è maggiore del critico (confrontare lo spessore dell'isolante è un errore).

Per raffreddare un componente elettrico a  $120^\circ\text{C}$ , in un ambiente a  $40^\circ\text{C}$ , si vogliono usare delle alette in lega di alluminio ( $c_p = 850 \text{ J/kg.K}$ ,  $\lambda = 180 \text{ W/m.K}$ ,  $\rho = 2900 \text{ kg/m}^3$ ), aventi spessore 2 mm, larghezza 50 mm, con coefficiente di convezione  $h=10 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Determinare la lunghezza alla quale possono essere considerate infinite, e il calore dissipato da una tale aletta (**N.B.**: nella realtà raramente si realizzano alette di lunghezza "infinita", poiché la maggior parte del materiale verrebbe usato con bassa efficienza, rappresentando un costo e peso quasi inutili).

**SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)**

$$P = (50+2+50+2)/1000 = 0.104 \text{ perimetro}$$

$$S = 0.05*0.002 = 0.0001 \text{ m}^2 \text{ sezione trasversale}$$

$$m = (hP / \lambda S)^{0.5} = 7.6$$

$$\theta = T(x) - T_\infty, \quad \theta = \theta_0 e^{-mx}$$

si assuma che la temperatura dell'aletta abbia raggiunto quella ambiente quando  $\theta/\theta_0$  sia prossimo a zero, per esempio 0.05 o 0.01 (95% o 99% del  $\Delta T$  annullato, vuol dire Testremità= 44 o  $40.8^\circ\text{C}$ , oltre tale lunghezza la superficie presente dà ormai poco contributo allo smaltimento)

$$e^{-mx} = 0.05, mx = 3 \text{ (le solite 3 o 5 distanze), } x = 3/7.6 = \mathbf{0.39m}$$

La potenza smaltita può essere ricavata

- dal flusso dentro all'aletta infinita misurato alla base  
Ricordando  $Q' = -\lambda S dT/dx$ ,  $d\theta/dx = d(\theta_0 e^{-mx})/dx = \theta_0 e^{-mx}*(-m)$ ,  
 $Q'_{x=0} = \lambda S m \theta_0 e^{-m \cdot 0} = 180 * 0.0001 * 7.6 * (120-40) = \mathbf{11 W}$
- oppure dall'integrale dello smaltimento convettivo,
- o dai grafici si ottiene l'efficienza dell'aletta di lunghezza calcolata rispetto all'isoterma
- oppure calcolando l'efficacia dell'aletta infinita rispetto alla base di sezione S isoterma,  
 $\varepsilon = (\lambda P / h S)^{0.5} = (180 * 0.104 / 10 / 0.0001)^{0.5} = 136.8$  (questa efficacia è rapportata alla sezione )  
 $Q' = h S \Delta T \varepsilon = 10 * 0.0001 * 80 * 136.8 = \mathbf{10.9W}$

8) Le alette descritte nell'esercizio precedente sono investite da un flusso d'aria a 10 m/s parallelo alla loro larghezza. Determinare il coefficiente di convezione.

lastra piana, $Re < 500'000$	$Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3}$
lastra piana, $Re > 500'000$	$Nu = (0.037 Re^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \quad (0.6 < Pr < 60, 5 * 10^5 < Re < 10^7)$

#### SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

$T_{film}$  = una media tra  $T_{aria} = 40^\circ C$  e  $T_{media\_letta} = 80$ , quindi  $60^\circ C$  è accettabile, dalle tabelle

$$\rho = 1.076 \text{ kg/m}^3, \lambda = 0.0283 \text{ W/m.K}, c_p = 1007 \text{ J/kg.k}, \mu = 1.99 * 10^{-5}, Pr = 0.708$$

Re si misura secondo la direzione del flusso, 50mm

$$Re = 1.076 * 10 * 0.05 / (1.99 * 10^{-5}) = 27'000$$

$$Nu = 0.664 * 27'000^{1/2} * 0.708^{1/3} = 97 = h L / \lambda,$$

$$h = 97 * 0.0283 / 0.05 = 55 \text{ W/m}^2 K$$

9) In una acciaieria si produce a ciclo continuo tondino per cemento armato avente diametro 15 mm ( $c_{p\_acc} = 450$ ,  $\lambda_{acc} = 60 \text{ W/m.K}$ ,  $\rho_{acc} = 7900 \text{ kg/m}^3$ ); il tondino viaggia nello stabilimento alla velocità di 2 m/s, esce da una lavorazione a  $600^\circ C$ , percorre 60 metri in un ambiente a  $40^\circ C$ , e poi subisce un'altra lavorazione che deve essere effettuata a meno di  $200^\circ C$ . Determinare il coefficiente di convezione minimo da garantire lungo i 60 metri per ottenere il raffreddamento richiesto. Specificare le ipotesi adottate.

#### SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

Metodo1) Supponiamo che la temperatura non cambi lungo il diametro (da verificare poi), se trascuro il calore scambiato in direzione assiale, lo smaltimento avviene solo per convezione, ogni tratto di tondino si comporta come corpo a  $T$  omogenea ( $L_C = D/4$ ). Il tempo di esposizione all'aria è 30 secondi (60 metri a 2 m/s), quindi  $T = T_\infty + (T_0 - T_\infty)e^{-t/\tau}$  dove  $\tau = \rho L_C c_p / h = 7900 * 0.016/4 * 450/h$

$$(200-40) = (600-40) e^{-30/(7900*0.016/4*450/h)}$$

$$\ln [(200-40)/(600-40)] = -30/(7900*0.016/4*450/h)$$

$$h = 1.25/30 * (7900*0.015/4*450) = \mathbf{555}$$

verifica Bi secondo il diametro  $= h L_C / \lambda = 555 * 0.015/4 / 60 = 0.034$  : OK

Metodo2) si veda il tondino come uno scambiatore di calore, il calor da smaltire è

$$Q' = m' c_p \Delta T = \rho w A c_p \Delta T = 7900 * 2 * \pi 0.015^2/4 * 450 * (600-200) = 502'321 \text{ W}$$

Da smaltire  $Q' = h A \Delta T_{ML}$ , quindi

$$h = Q' / (\pi D L) / [(560-160)/\ln(560/160)] = 502'321 / (\pi 0.015 * 60) / 319 = 557 \text{ W/m}^2 K$$

10) Un cilindro ( $\Phi = 30 \text{ cm}$ ,  $h = 1 \text{ m}$ ,  $\varepsilon = 0.8$ ,  $T = 200^\circ C$ ) è rinchiuso in un cubo ( $L = 1.5 \text{ m}$ ,  $\varepsilon = 0.8$ ,  $T = 20^\circ C$ ); tra i due è fatto il vuoto. Determinare la potenza termica scambiata, spiegare l'effetto del vuoto.

#### SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

Vuoto = elimina la convezione naturale, resta solo l'irraggiamento

$$A_{cil} = \pi D L + 2 * \pi D^2/4 = \pi * 0.3 * 1 + 2 * \pi * 0.3^2/4 = 1.08 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{cubo}} = 6 L^2 = 6 * 1.5^2 = 13.5 \text{ m}^2$$

$$Q' = \sigma (T_{\text{cil}}^4 - T_{\text{cubo}}^4) / [(1 - \epsilon_{\text{cil}}) / (A_{\text{cil}} \epsilon_{\text{cil}}) + 1 / (A_{\text{cil}} F_{12}) + (1 - \epsilon_{\text{cubo}}) / (A_{\text{cubo}} \epsilon_{\text{cubo}})] =$$

$$Q' = 5.67 * (4.73^4 - 2.93^4) / [0.2 / (1.08 * 0.8) + 1 / 1.08 + 0.2 / (13.5 * 0.8)] = 2420 / 1.176 = 2058 \text{ W}$$

11) Un termoconvettore da riscaldamento deve fornire 400 W. L'acqua in ingresso a 55°C si raffredda di 4°C, l'efficienza come scambiatore in contro-corrente è del 70%, l'aria entra in contatto a 20°C, il coefficiente di scambio tra i fluidi è  $h_{\text{TOT}} = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Determinare le portate dei fluidi, e la superficie di scambio necessaria.

**SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)**

(disegnare un grafico aiuta molto)

Dall'efficienza deduco che il  $\Delta T_{\text{aria}} = \Delta T_{\text{max\_aria}} * 0.7 = (55-20)*0.7 = 24.5^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{out\_aria}} = 44.5^\circ\text{C}$

$Q' = m' c_p \Delta T$  da cui  $m'_{\text{acqua}} = 400 / 4184 / 4 = 0.0239 \text{ kg/s}$   $m'_{\text{aria}} = 400 / 1005 / 24.5 = 0.0162 \text{ kg/s}$

$T_{\text{out\_acqua}} = 51^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_1 = 55 - 44.5 = 10.5$   $\Delta T_2 = 51 - 20 = 31$

$\Delta T_{\text{ML}} = (31 - 10.5) / \ln(31/10.5) = 18.9^\circ\text{C}$

$A = Q' / h / \Delta T_{\text{ML}} = 400 / 10 / 18.9 = 2.11 \text{ m}^2$

12) Una piastra di cemento (spessore 6 cm,  $c_p = 1000 \text{ J/kg.K}$ ,  $\lambda = 0.8 \text{ W/m.K}$ ,  $\rho = 2800 \text{ kg/m}^3$ ) inizialmente a 20°C viene introdotta in una sauna a 90°C, dove il coefficiente di convezione vale 10  $\text{W/m}^2\text{K}$ . Determinare dopo quanto tempo la superficie si trova a 60°C, e la temperatura al centro della piastra allo stesso istante.

**SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)**

Verifico Biot =  $hL/\lambda = 10 * (0.06/2) / 0.8 = 0.375$ , dalle tabelle ottengo  $\lambda_1 = 0.5753$ ,  $A_1 = 1.0547$ ,

Formula per parete piana ( $L$  = semispessore)

$\tau = Fo = \alpha t / L^2$  è l'incognita ( $\alpha = \lambda / \rho c_p$ ,  $L = 0.03 \text{ m}$ )

$(T_{x/L=1} - T_\infty) / (T_i - T_\infty) = A_1 \exp(-\lambda_1^2 \tau) * \cos(\lambda_1 * x/L)$

$(60-90)/(20-90) = 1.0547 \exp(-0.5753^2 \tau) * \cos(0.5753 * 1)$

$\ln[30/70/1.0547 / \cos(0.5753)] = -0.5753^2 \tau$   **$\tau = 2.19$**

$\tau = 2.19 = \lambda / \rho c_p * t / 0.03^2$

**$t = 2.19 * 2800 * 1000 / 0.8 * 0.0009 = 6700 \text{ s} = 115' = 1\text{h}55'$**

al centro  $(T_{x/L=0} - T_\infty) / (T_i - T_\infty) = A_1 \exp(-\lambda_1^2 \tau) * \cos(\lambda_1 * 0/L)$

$(T_{\text{centro}} - 90)/(20-90) = 1.0547 \exp(-0.5753^2 * 2.19)$

per non rifare conti si può sfruttare

$(T_{\text{centro}} - 90)/(20-90) = (60-90)/(20-90) / \cos(0.5753 * 1)$

$(T_{\text{centro}} - 90) = (60-90) / 0.839$

**$T_{\text{centro}} = 54.2^\circ\text{C}$**

13) Una bombola da sub ([www.luxfercylinders.com](http://www.luxfercylinders.com), capacità 12 litri, peso 18.1 kg a vuoto, corpo cilindrico con diametro 204 mm, altezza 635 mm, in alluminio  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 900 \text{ J/kg.K}$ ,  $\lambda = 210 \text{ W/m.K}$ ) viene riempita di aria e a fine carica si trova a 232 bar di pressione, 60°C. La bombola viene poi lasciata raffreddare all'aria ( $T_{\text{aria}} = 25^\circ\text{C}$ , coefficiente di convezione 5  $\text{W/m}^2\text{K}$ ). Determinare dopo quanto tempo si può considerare che la bombola sia a temperatura ambiente, verificare e discutere le ipotesi usate, calcolare la generazione di entropia nel raffreddamento.

**Soluzione (esame del 7 settembre 07)**

Bisogna considerare il calore ceduto dal metallo e dall'aria. Metallo  $Q_M = m_M c_{PM} \Delta T = 18.1 * 900 * |-35| = 570'150 \text{ J}$ . La massa di aria è  $m_A = p V / R T = 23'200'000 * 0.012 / (8314/29) / 333 = 2.92 \text{ kg}$ ,  $Q_A = m_A c_v \Delta T = 2.92 * 8314/29 * 5/2 * 35 = 73'249 \text{ J}$ . Si nota che il calore della massa di alluminio è predominante;  $Q_{\text{TOT}} = 643'000 \text{ J}$ . La variazione di entropia dell'ambiente è  $+Q/T_{\text{amb}} = 2159 \text{ J/K}$ . La variazione di entropia di gas + bombola è  $-Q/T_{\text{MedioLogaritmico}} = -643'000 / (333-298)/\ln(333/298) = 643'000 / 315 = -2041 \text{ J/K}$  (i due contributi si possono calcolare separatamente tramite integrazione di  $dS = m c dT$ )

Il tempo di raffreddamento si deduce dalla formula a parametri concentrati, prendendo  $t = 3 \div 5 \tau$ , dopo aver verificato il numero di Biot. Per una stima dello spessore delle pareti della bombola si può calcolare Volume/Area, dove il volume è calcolabile da massa/densità, e l'area dai dati geometrici circa  $0.5 \text{ m}^2$ . Lo spessore risulta circa 2 cm, per cui  $Bi \ll 0.1$ . L'aria all'interno si può considerare per moti convettivi isoterma con le pareti. La formula generica è  $\tau = \rho V c / h A = m c / h A$ . In questo caso si può calcolare  $\tau$  per il caso di bombola vuota, quindi  $m = m_M$ , poiché è il metallo predominante, ed eventualmente correggerlo a posteriori.  $\tau_M = 18.1 * 900 / 5 / 0.5 = 6516 \text{ s}$ . Considerando che l'aria apporta  $73'249/570'150 = 13\%$  di energia in più, sarà  $\tau = 6516 * 1.13 = 7300 \text{ s}$ .

Oppure rendendosi conto del significato fisico di  $m \cdot c$  che è una capacità termica, si usa la capacità termica totale  $\tau = (m_M \cdot c_M + m_A \cdot c_{VA}) / hA$  giungendo a risultati simili

14) In un edificio la temperatura interna è  $22^\circ\text{C}$  (coefficiente di convezione  $h_{int} = 5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ ), quella esterna  $5^\circ\text{C}$  (coefficiente di convezione  $h_{est} = 14 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ ). Le pareti sono in mattoni semplici, le finestre in doppio vetro (spessore  $s_{vetro} = 4 \text{ mm}$  ciascuno, conducibilità  $\lambda_v = 1.4 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ) separate da un'intercapedine d'aria ( $h_{int} = 1 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$  su entrambi i lati). Se l'umidità dell'aria all'interno è del 70%, si avrà condensazione sui vetri?

**Soluzione (esame del 7 settembre 07)**

Occorre calcolare la temperatura della superficie interna del primo vetro della finestra

$R_{TOT} = 1/h_{int} + s/1 + 1/h_v + 1/h_v + s/1 + 1/h_{est} = 1/5 + 0.004/1.4 + 1 + 1 + 0.004/1.4 + 1/14 = 2.27 \text{ m}^2\cdot\text{K/W}$   
 Il flusso perso è  $\Phi = \Delta T / R_{TOT} = 17/2.27 = 7.49 \text{ W/m}^2$ . Il  $\Delta T_{int} = 7.49 * (1/5) = 1.5^\circ\text{C}$ .

A  $22^\circ\text{C}$  la pressione di saturazione del vapore è  $2645 \text{ Pa}$ , quindi la pressione di vapore nell'ambiente è  $2645 * 0.7 = 1851 \text{ Pa}$ . Alla superficie del vetro si hanno  $20.5^\circ\text{C}$ , cui corrisponde una pressione di saturazione di  $2413 \text{ Pa}$ , superiore a quella presente, quindi il vapore non condensa.

15) Una bombola contiene  $V = 40$  litri di azoto alla pressione  $P_1 = 160 \text{ bar}$  relativi e temperatura pari a quella ambiente  $T_{amb} = 30^\circ\text{C}$ . La bombola ha una perdita e lentamente si svuota. Quanto vale la variazione di entropia del gas? Specificare le ipotesi adottate.

**Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007**

L'ipotesi di gas perfetto biatomico fa commettere errori modesti, poiché la pressione inizia ad essere alta e comparabile con la pressione critica dell'azoto. La lentezza del processo fa sì che sia isoterma. Non è adiabatico perché il gas espandendosi si raffredderebbe, e riceve calore per restare isoterma. La variazione di entropia è quella data dall'espansione del gas, la parte che resta nella bombola e la parte fuoriuscita. Si determina la massa del gas a bombola piena ( $7.05 \text{ kg}$ ). A bombola "vuota" resterà all'interno  $P = 1 \text{ Atm}$ ,  $T = T_{amb}$  (trasformazione isoterma perché lenta), quindi  $m_{dentro} = 0.051 \text{ kg}$ ,  $\Delta S_{dentro} = 74.3 \text{ J/K}$ . La massa fuoriuscita arriva a  $P_{finale} = 0.78 \text{ Atm}$  (pressione parziale dell'azoto nell'aria),  $\Delta S_{uscita} = 10'726 \text{ J/K}$ . Sommare i due  $\Delta S$ .

Altra ipotesi accettabile: anche nella bombola a equilibrio raggiunto si ha aria, quindi tutto l'azoto si espande fino a  $0.78 \text{ bar}$ .

Ipotesi errata: l'azoto si espande fino a pressione ambiente. Sarebbe valida in un pianeta con atmosfera di solo azoto.

16) Un flusso di acqua calda  $V' = 3.8$  litri/s alla temperatura  $T_1 = 50^\circ\text{C}$  è buttato in un lago che si trova a  $T_2 = 21^\circ\text{C}$ . Calcolare l'entropia prodotta e la quantità di energia che si potrebbe produrre sfruttando tale sorgente. Specificare le ipotesi adottate.

**Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007**

Ipotesi: l'acqua in questo stato è un liquido, con  $c_p = 4184 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ . La potenza termica ceduta dal flusso al lago vale  $Q' = m' c_p \Delta T = 461'077 \text{ W}$ .  $\Delta S_{flusso} = m c_p \ln(T_2/T_1) = -1495.7 \text{ J/K}$ ,  $\Delta S_{lago} = +1568.3 \text{ J/K}$ ,  $\Delta S_{TOT} = +72.6 \text{ J/K}$ . Energia producibile: termica pari al  $Q'$ , meccanica pari al lavoro perso  $= T_{amb} \Delta S_{TOT} = 21'347 \text{ W}$ .

17) Un condizionatore mantiene un ufficio a  $T_{uff}=21\text{ }^{\circ}\text{C}$ , mentre l'ambiente esterno è a  $T_{est}=27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Per scambiare il calore l'evaporatore necessita di  $\Delta T_{EV}=14\text{ }^{\circ}\text{C}$  di deltaT tra il fluido di lavoro e l'aria, il condensatore necessita di  $\Delta T_{COND}=35\text{ }^{\circ}\text{C}$  tra la temperatura di condensazione del fluido e l'aria. Il motore che lo aziona ha potenza di 400 W, l'efficienza del condizionatore è il 55% di quella ideale. Disegnare uno o più schema per raffigurare il circuito e le temperature principali, specificare le trasformazioni che hanno luogo, quantificare i flussi di calore e lavoro, determinare il COP reale della macchina.

**Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007**

Si disegnano i componenti del frigorifero: compressore, condensatore (caldo), valvola di laminazione, evaporatore (freddo). Il condensatore si trova all'esterno dell'edificio, ha temperatura  $T_{COND}=27+35=59\text{ }^{\circ}\text{C} = 332\text{K}$ . L'evaporatore freddo all'interno  $T_{EV}=21-14=7\text{ }^{\circ}\text{C} = 280\text{K}$ . Idealmente avrebbe  $COP=Q_{INF}/L = Q_{INF}/(Q_{SUP} - Q_{INF}) = T_{INF}/(T_{SUP} - T_{INF}) = T_{INF}/\Delta T = 280/52 = 5.38$ . Il COP reale è il 55% cioè 2.96. Quindi  $Q_{INF} = COP \cdot L = 2.96 \cdot 400 = 1185\text{W}$ .  $Q_{SUP} = Q_{INF} + L = 1585\text{W}$ .

18) Un flusso di aria scorre in un tubo cilindrico ( $D=2\text{ cm}$ ), entra nelle condizioni  $P_1=4\text{ bar}$  relativi,  $T_1=30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $w_1=100\text{ m/s}$ ; all'uscita si misurano  $P_2=2\text{ bar}$  relativi,  $T_2=28\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Quantificare l'eventuale scambio di calore. Specificare le ipotesi adottate.

**Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007**

Condotto orizzontale, variazione di energia potenziale trascurabile. Aria considerata gas perfetto biatomico (ipotesi molto prossima alla realtà). Nel sistema aperto stazionario non c'è scambio di lavoro (da un tubo non si estrae lavoro).  $Q'=m' \Delta(h+e_{CIN})$ . La portata si calcola da  $m'=\rho_1 w_1 A = P_1/(R \cdot T_1) \cdot w_1 \pi D^2/4 = 501325/(8314/29 \cdot 303) \cdot 100 \cdot \pi 0.02^2/4 = 0.181\text{ kg/s}$ . Calcolando  $\rho_2$  si ottiene  $w_2$ , oppure  $P_1/(R \cdot T_1) \cdot w_1 \cdot A = P_2/(R \cdot T_2) \cdot w_2 \cdot A$  da cui  $w_2 = w_1 \cdot P_1/T_1 / P_2 \cdot T_2 = 100 \cdot 5.01/303 / 3.01 \cdot 301 = 165\text{ m/s}$ . Quindi  $Q' = 0.181 \cdot (-2 \cdot 1005 + 165^2/2 - 100^2/2) = 6600\text{ W}$

19) Una turbina a gas lavora secondo il ciclo Joule-Brayton approssimabile come chiuso, in cui evolve aria inizialmente alle condizioni  $T_1=25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $P_1=1\text{ bar}$ . Noti il rapporto di compressione manometrico  $\beta=13.5$ , i rendimenti di compressore e turbina entrambi  $\eta_{COMP}=\eta_{TURB}=86\%$ , la temperatura massima raggiunta durante il ciclo  $T_{MAX}=1050\text{ }^{\circ}\text{C}$ , determinare i punti del ciclo, il rendimento del ciclo  $\eta_I$ . Disegnare il grafico rappresentante il ciclo nel piano T-s.

**Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007**

Si considera l'aria come gas perfetto; tutti i  $\Delta T$  sono considerati in valore assoluto.  $T_{2id}=T_1 \cdot \beta^{R/C_p} = 298 \cdot 13.5^{2/7} = 627\text{K}$ .  $\Delta T_{12id}=329$ .  $\Delta T_{12Re}=\Delta T_{12id}/\eta_{Comp} = 329/0.86=382$ .  $T_2=298+382=680\text{K}$ .  $T_{4id}=T_1 \cdot T_3 / T_{2id} = 298 \cdot 1323/627 = 629\text{K}$ .  $\Delta T_{34id}=629-1323=694$ .  $\Delta T_{34Re}=\Delta T_{34id} \cdot \eta_{Turb} = 694 \cdot 0.86=597$ .  $T_4=1323-597=726\text{K}$ .

$$\eta_I = (L_{turb}-L_{comp})/Q_{in} = (597-382) / (1323-680) = 0.33$$

20) Un recipiente contenente 2 litri di azoto (gas perfetto) inizialmente a  $P_1=10\text{ bar}$ ,  $T_1=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , viene scaldato a pressione costante fino a raggiungere il volume di 3 litri, e poi a volume costante fino a raggiungere  $P_3=20\text{ bar}$ . Determinare la quantità di calore necessaria per l'operazione, ed il lavoro svolto dal gas.

**SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.**

**prima cosa: convertire le T in Kelvin**

La massa di azoto è:  $m = P \cdot V / (R \cdot T) = 1'000'000 \cdot 0.002 / (8314/28 \cdot 293) = 0.023\text{ kg}$

1-2) il volume aumenta da 2 a 3 litri a pressione costante, quindi  $T_2=1.5T_1=293 \cdot 1.5=439.5\text{K}$

$$Q_{12} = m \cdot c_p \cdot \Delta T_{12} = 0.023 \cdot 7/2 \cdot (8314/28) \cdot (439.5-293) = 3502\text{ J};$$

$$L_{12}=P \cdot \Delta V = 1'000'000 \cdot (0.001) = 1000\text{ J uscente}$$

$$(Q_{12}-L_{12}=\Delta U_{12} \text{ dove verifica: } \Delta U_{12}=m \cdot c_v \cdot \Delta T_{12} = 0.023 \cdot 5/2 \cdot (8314/28) \cdot (439.5-293) = 3501\text{ J};$$

2-3) il pressione raddoppia, quindi anche la T:  $T_3 = 879\text{K}$

$$Q_{23} = m c_v \Delta T_{23} = 0.023 * 5/2 * (8314/28) * (879-439.5) = \mathbf{7504\text{ J}}; \quad L_{23} = 0$$

$$\text{Verifica 1-3) } \Delta U_{13} = m c_v \Delta T_{13} = 0.023 * 5/2 * (8314/28) * (879-293) = 10'005\text{ J } (=Q_{12}+Q_{23}+Q_{12}+L_{23})$$

21) Un flusso di aria calda di  $600\text{ m}^3/\text{h}$  a temperatura  $T_1 = 22^\circ\text{C}$  è rilasciato nell'ambiente che si trova a  $T_2 = 5^\circ\text{C}$ . Calcolare l'entropia prodotta, e le quantità di energia termica buttata e di energia meccanica che si potrebbe produrre sfruttando tale flusso. Specificare le ipotesi adottate.

**SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.**

Notare che il flusso è il ricambio d'aria in un locale da  $300\text{m}^3$ , con 2 ricambi/ora ( $\rho = 1.20$ ,  $m' = 0.2\text{ kg/s}$ ). Energia termica buttata:  $m' c_p \Delta T = \rho V' c_p \Delta T = P/(R T) * V' * c_p * \Delta T =$

$$Q' = 101'325 / (8314/29) / 295 * 600/3600 * 7/2 * (8314/29) * (5-22) = \mathbf{-3406\text{ W (persa dal flusso)}}.$$

$$\text{Entropia } \Delta S' = +|Q'|/T_{\text{amb}} - |Q'|/(T_{\text{ML, aria}}) = 3406\text{ W}/278\text{ K} - 3406\text{ W} / [(295-278)/\ln(295/278)]$$

$$\Delta S'_{\text{tot}} = 12.25 - 3406 / 286.4 = \mathbf{0.359\text{ W/K}}.$$

$$\text{Lavoro perso} = T_{\text{amb}} * \Delta S = 0.359 * 278 = 100\text{ W (come una macchina di Carnot tra 286.4 e 278)}.$$

$$\text{Alternativa 1: trovare } \Delta S'_{\text{aria}} \text{ come } m' c_p \ln(T_2/T_1)$$

$$\text{Alternativa 2: trovare il } Q'_{2_{\text{rev}}} \text{ che renda } \Delta S'_{\text{tot}} = 0, \text{ la differenza è il lavoro reversibile perso}$$

22) Un motore opera secondo il ciclo Otto ideale, utilizzando aria inizialmente a condizioni  $T_1 = 100^\circ\text{C}$ ,  $P_1 = 1.5\text{ bar}$ . Dati il rapporto di compressione volumetrico  $\rho_v = 16$ , e sapendo che per ogni kg di aria vengono usati 77 g di benzina ( $\text{PCI} = 44'000\text{ kJ/kg}$ ), determinare i punti del ciclo e il suo rendimento energetico  $\eta_I$ . Disegnare il grafico delle trasformazioni nel piano P-V.

**SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.**

(prima cosa: convertire le T in Kelvin)

$$T_1 = \mathbf{373\text{ K}}, \quad P_1 = \mathbf{1.5\text{ bar}}$$

$$T_2 = T_1 * 16^{1.4-1} = \mathbf{1131\text{ K}}, \quad P_2 = 1.5 * 16^{1.4} = \mathbf{72.75\text{ bar}}$$

$$\text{Dati sufficienti per calcolare } \eta_I, = 1 - T_1/T_2 = \mathbf{67\%}$$

$$\text{Energia introdotta } q_{\text{in}} = 0.077 [\text{kg}_b/\text{kg}_a] * 44'000 [\text{kJ/kg}_b] = \mathbf{3388\text{ kJ/kg}_{\text{aria}}}$$

$$\text{Da } q = \Delta u = c_v \Delta T \text{ a volume costante, si otterrebbe } \Delta T_{23} = 3388 / (5/2 * 8.314/29) = 4727\text{ K}$$

$$T_3 = 4297 + 937 = \mathbf{5858\text{ K}}, \text{ (l'ipotesi di gas perfetto qui non sarebbe più valida da molto)}$$

$$P_3 = P_2 * T_3/T_2 = 72.75 * 5858/1131 = \mathbf{377\text{ bar}}$$

$$T_4 = T_1 T_3/T_2 = 373 * 5858/1131 = \mathbf{1931\text{ K}}, \quad P_4 = P_3 V_3/T_3 * T_4/V_4 = 251 * 1931/5858 * (1/16) = \mathbf{7.8\text{ bar}}$$
 (in realtà, per perdite e comportamenti non ideali, le temperature difficilmente superano i 2500K)

23) Un condizionatore ha efficienza  $\text{COP} = 3$ , sottrae  $2000\text{ W}$  termici per mantenere un ufficio a  $24^\circ\text{C}$ , mentre l'ambiente esterno è a  $34^\circ\text{C}$ . Determinare i flussi energetici, il rendimento di secondo principio, disegnare uno schema dei componenti ed indicare le trasformazioni che avvengono.

**SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.**

(prima cosa: convertire le T in Kelvin)

$$Q_{\text{in}} = 2000\text{ W}, \text{ dalla definizione } \text{COP}_F = \text{COP}_{\text{Cond}} = Q_{\text{in, inf}}/L \rightarrow L_{\text{in}} = 2000/3 = 667\text{ W}, \quad Q_{\text{out}} = 2667\text{ W}$$

$$\text{COP}_{\text{id}} = Q_{\text{in}}/L_{\text{in, id}} = T_{\text{inf}}/\Delta T = 297/10 = 29.7, \quad \eta_{\text{II}} = 3/29.7 = 10\%$$

24) In un condotto di ventilazione di un tunnel stradale (sezione cm  $50 \times 80$ ) scorre aria, aspirata a  $T_1 = 10^\circ\text{C}$ , pompata tramite tre batterie di ventilatori da  $2\text{ kW}$  ciascuna, all'uscita si misura  $T_2 = 14^\circ\text{C}$ ,  $w_2 = 30\text{ m/s}$ . Quantificare in quantità e direzione l'eventuale scambio di calore. Specificare le ipotesi adottate.

**SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.**

$$\rho = P/RT = 101325/8314 * 29/283 = \mathbf{1.25\text{ kg/m}^3}$$

$$m' = 1.25 * 30 * 0.5 * 0.8 = \mathbf{15\text{ kg/s}}$$

l'aria si può ipotizzare proveniente da altro sistema che già le fornisce una velocità  $w_1 \approx w_2$ , altre ipotesi possono essere accettabili.



1° principio per sistemi aperti:  $Q'_{IN} + L'_{IN} = \Delta H' (+\Delta E_{CIN}' \text{ se presente}) = m' c_p \Delta T_{1 \rightarrow 2}$

$Q' = 15 * 1.004 * 4 - 6 \text{ [kW]} = 54.24 \text{ kW}$  entranti nel flusso. E' il caso per esempio di aria aspirata dall'esterno freddo, e che prima di arrivare alle bocche di immissione si scalda lungo il condotto, poiché questo si trova in un ambiente più caldo, e non è isolato termicamente.

25) Una bombola da sub (peso 10 kg, in alluminio  $c_p = 880 \text{ J/kg.K}$ ) della capacità  $V=12$  litri viene riempita di miscela 25% azoto e il restante ossigeno, fino alla pressione di  $P=170$  bar assoluti, alla  $T_{bombola}=60^\circ\text{C}$ ; determinare la massa dei due gas. Quando la bombola viene immersa in acqua a  $10^\circ\text{C}$ , calcolare il calore scambiato e la variazione di entropia totale. Specificare le ipotesi adottate

**SOLUZIONE (tema d'esame del 9 Maggio 2008)**

Se si usa l'equazione dei gas perfetti, si sa di commettere un errore di qualche % a causa dell'alta pressione.

Dall'equazione  $P_{gas} V = m_{gas} R_{gas} T$ , usando le pressioni parziali

$$(0.6 P) m_{N_2} = (17000000 * 0.25) * 0.012 / (8314/28) / (60+273) = 0.52$$

$$(0.6 P) m_{O_2} = (17000000 * 0.75) * 0.012 / (8314/32) / (60+273) = 1.77$$

$Q = \Sigma (m c \Delta T)$  = usando  $c_v$  per i gas,  $\Delta T$  è lo stesso  $-50^\circ\text{C}$

$$Q = (10 * 880 + 0.52 * 5/2 * 8314/28 + 1.77 * 5/2 * 8314/32) * (-50) = (8800 + 386 + 1149) * (-50) = -516.6 \text{ kJ (il calore esce)}$$

$$\Delta S_{bombola\_gas} = Q_{bombola}/T_{ML} = -516'577 / [ (283-333)/\ln(283/333) ] = -516.577/307.3 = -1680.9 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{acqua} = Q_{acqua}/T_{acqua} = +516'577 / 283 = 1825.4 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{tot} = 1825.4 - 1680.9 = 144.5 \text{ J/K}$$

26) Un flusso di aria compressa percorre un tubo ( $D_{interno}=2$  cm) lungo vari metri, entrandovi alle condizioni  $T_1=24^\circ\text{C}$ ,  $P_1=3$  bar relativi,  $w_1=130$  m/s, ed uscendo a  $T_2=-18^\circ\text{C}$ ,  $w_2=323$  m/s. Calcolare la portata d'aria, le restanti condizioni di uscita, se e quanto vi sia stato scambio di calore, la variazione di entropia del gas.

**SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 9 Maggio 2008)**

	T	w	P	$\rho \text{ kg/m}^3$	A ( $\text{m}^2$ )	$m'$
1	297	130	4.01	4.71	0.000707	0.1924
2	255	323	<b>1.39</b>	<b>1.90</b>	“	“

Si calcoli il flusso massico

$$m' = \rho_1 w_1 A = P/(R T) * w + \pi D^2/4 = (401125/(8314/29)/297) * 130 * \pi 0.02^2/4 = 0.1924 \text{ kg/s}$$

la costanza della portata e della sezione permette di calcolare  $\rho_2$ , quindi  $P_2$

$$\rho_1 w_1 A = \rho_2 w_2 A \text{ da cui } \rho_2 = 1.92, P_2 = 1.39 \text{ bar assoluti}$$

dal 1° principio  $q-l=\Delta(h + e_{cin} + e_{pot})$ , dove  $l=0 + e_{pot}=0$ , si ottiene

$$q_{IN} = c_p(T_2-T_1) + (w_2^2/2 - w_1^2/2) = 1.005*(255-297) + (323^2-130^2)/2 = 1504 \text{ J/kg}$$

$$Q' = q_{IN} * m' = 1504 * 0.1924 = 289 \text{ W (avrebbe potuto risultare negativo con altri dati)}$$

$$\Delta S' = m' [c_p \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1)]$$

$$= 0.1924 * 8317/29 * [7/2 \ln(255/297) - \ln(1.39/4.01)] = 13.08 \text{ W/K}$$

27) Un frigorifero mantiene la temperatura  $T_{int}=0^\circ\text{C}$  mentre quella dell'ambiente è  $T_{amb}=20^\circ\text{C}$ , l'evaporatore necessita di una differenza di temperatura di  $\Delta T_{ev}=10^\circ\text{C}$  per scambiare calore, il condensatore di  $\Delta T_{cond}=23^\circ\text{C}$ . L'efficienza è il 60% di quella di una macchina ideale che lavora tra le stesse temperature estreme del ciclo (calcolare i COP). La macchina è azionata da un motore elettrico che assorbe in media 200 W, calcolare i flussi di calore. Disegnare uno schema del frigorifero.

**SOLUZIONE (tema d'esame del 9 Maggio 2008)**

L'evaporatore è quello che riceve calore all'interno del frigorifero, permette di calcolare la  $T_{\text{minima}} \text{ ciclo} = 0-10 = -10^{\circ}\text{C} = 263\text{K}$ . Il condensatore esterno, più caldo dell'ambiente permette di calcolare la  $T_{\text{massima}} 20+23=43^{\circ}\text{C} = 316\text{K}$ .

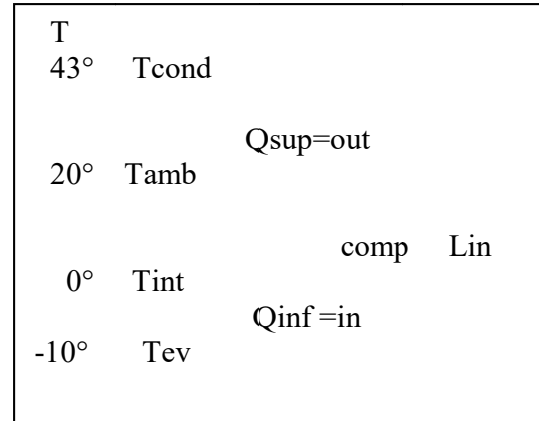
$$\text{COP}_{\text{ideale}} = T_{\text{inf}}/\Delta T = 263/53 = 4.96$$

$$\text{COP}_{\text{reale}} = 4.96 \cdot 0.6 = 2.98$$

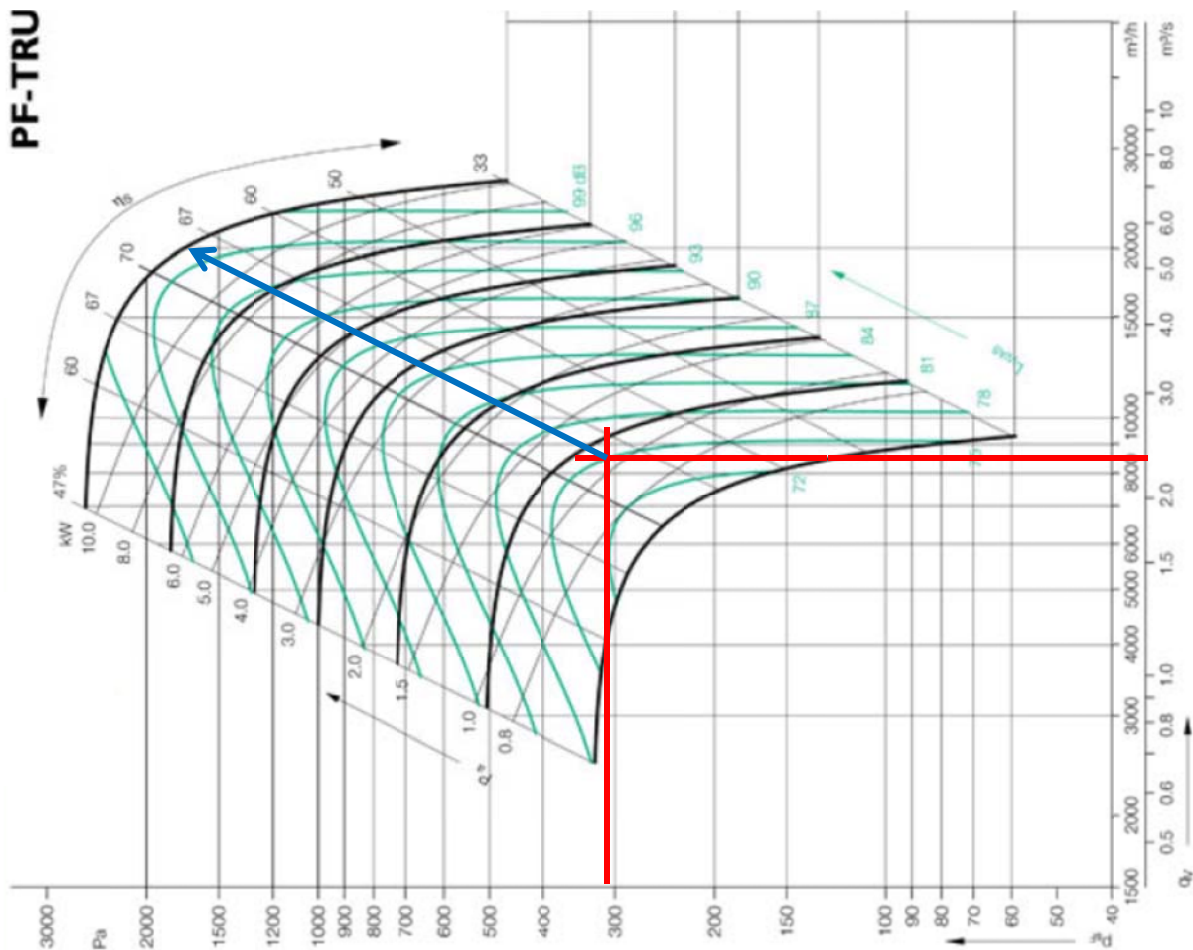
$$L'_{\text{IN}}=200, \quad Q'_{\text{IN}} = L' \cdot \text{COP} = 200 \cdot 2.98 = 595\text{W},$$

$$Q'_{\text{OUT}} = 595 + 200 = 795\text{W}$$

Il diagramma delle temperature è riportato. Per lo schema del frigorifero fare riferimento al libro di testo.



28) In un impianto di ventilazione si vuole mandare aria alla velocità di 10 m/s in una condotta rettangolare di sezione cm 80x30, lunga 60 metri. Decidere se il ventilatore proposto è adatto, e in tal caso trovare il punto di funzionamento, potenza richiesta, rendimento



Esercizio 8				deltaP linea - ventilatore				M,N=		0		0	
a	0.8	V' m³/s	2.4	deltaP Pa	deltaP Bar	metri	J/kg						
b	0.3	m³/h	8640	ro w2/2	60								
L metri	60	rho	1.2	N	1								
A	0.24	m' kg/s	2.88	attrito	248	0.0	0.03	206					
D_idr	0.436364	mi	1.85E-05	concentrat	60	0.0	0.01	21					
w	10	Re	283660	totale	308	0	0	227					
		f attrito	0.03	pot id W	654	eta=0.68	pot re W	962					

I risultati dipendono dalle ipotesi assunte