

FISICA TECNICA E MACCHINE

Prof. Lucio Araneo – AA 2022/2023

ESERCITAZIONE N.13

Ing. Gabriele D'Ippolito

1. Una pompa di circolazione elabora una portata di 0,5 l/s di acqua, generando nel fluido un aumento di pressione di 3 bar. La temperatura all'aspirazione è di 40°C. Calcolare:
- la potenza nel caso di trasformazione isentropica
 - la potenza richiesta alla girante nel caso di rendimento idraulico η_H pari al 70%
 - la potenza all'albero noto η_H e il valore del rendimento meccanico η_M pari al 92%)
 - la potenza richiesta al motore elettrico, noto η_H e η_M , caratterizzato da un rendimento elettrico η_{EL} pari al 94%.
- Calcolare inoltre l'aumento di temperatura del fluido attraverso la macchina.

Traccia di soluzione

La portata volumetrica elaborata, Q , è di 0,5 l/s, che equivale alla portata massica \dot{m} di 0.5 kg/s considerando la densità ρ_{H_2O} dell'acqua pari a 1000 kg/m³.

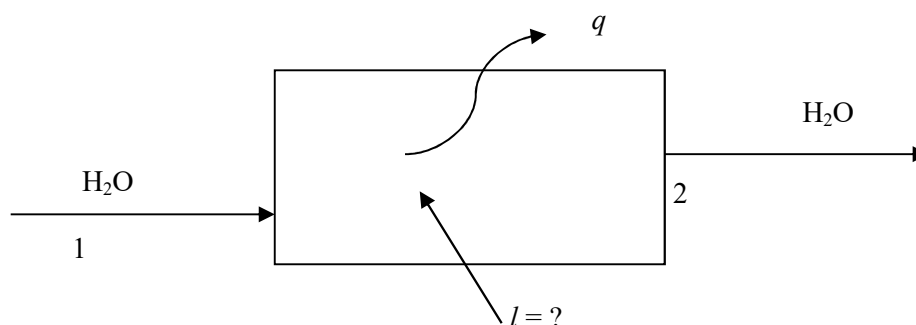
Per valutare gli scambi energetici tra macchina e fluido si considera l'equazione di conservazione dell'energia:

$$\dot{m} \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{L} = \dot{Q} + \dot{m} \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right)$$

che riferita a grandezze specifiche diventa:

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + l = q + h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

associata al sistema schematizzato come di seguito



Si ipotizza il sistema adiabatico per cui lo scambio termico con l'ambiente esterno è nullo: $q = 0$.

Inoltre è possibile scomporre l'entalpia nelle sue componenti: $h(T) = u(T) + pv$ in cui è stata evidenziata per chiarezza la dipendenza dalla temperatura nelle funzioni di stato.

Considerando che $\Delta h = \Delta u + p\Delta v + v\Delta p$ ed essendo $v = \text{costante}$ per l'ipotesi di fluido incompressibile, si ha $p\Delta v = 0$ per cui sostituendo le componenti dell'entalpia, considerando il sistema adiabatico e isolando il lavoro a primo membro, si ottiene:

$$l = (u_2 - u_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

da cui si definisce la prevalenza come l'effetto meccanico senza alcun contributo termico:

$$gH = l - (u_2 - u_1) = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

Per tutti i casi richiesti:

- Il salto di pressione tra la flangia di mandata e quella di aspirazione della pompa è $p_2 - p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.
- $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = 0$ in quanto il diametro delle tubazioni di aspirazione e mandata si ipotizza il medesimo
- $g(z_2 - z_1) = 0$ in quanto non c'è variazione di quota tra aspirazione e mandata.

Caso 1 - Trasformazione isentropica:

$s(T) = \text{costante}$ conseguentemente $u(T) = \text{costante}$ per cui $(u_2 - u_1) = 0$

$$gH = l_{is} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = 3 \cdot 10^2 \text{ J/kg}$$

La potenza richiesta alla girante della macchina è dunque:

$$\dot{L}_{is} = \dot{m} l_{is} = 150 \text{ W}$$

La prevalenza della pompa H_p [m] risulta dall'equazione di Bernoulli applicata tra mandata ed aspirazione:

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = 30.58 \text{ m}$$

Caso 2 - Trasformazione reale $\eta_H = 0.7$:

Dalla definizione di rendimento: $\eta_H = \frac{gH}{l} = \frac{l - (u_2 - u_1)}{l}$

$$gH = l - (u_2 - u_1) = \eta_H l = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

da cui:

$$\dot{L}_{\eta_H} = \dot{m} \frac{p_2 - p_1}{\rho \eta_H} = \frac{\dot{L}_{is}}{\eta_H} = 214 \text{ W}$$

Caso 3 - Trasformazione reale $\eta_H = 0.7$ con rendimento meccanico $\eta_M = 0.92$

Il rendimento meccanico non influenza più in alcun modo lo scambio energetico tra fluido e girante infatti riguarda la catena meccanica di trasferimento della potenza dalla girante all'utenza. Per definizione di rendimento si ottiene:

$$\dot{L}_{\eta_M} = \dot{m} \frac{p_2 - p_1}{\rho \eta_H \eta_M} = \frac{\dot{L}_{is}}{\eta_H \eta_M} = 233 \text{ W}$$

Caso 4 - Trasformazione reale $\eta_H=0.7$ con rendimento meccanico $\eta_M = 0.92$ ed elettrico $\eta_M = 0.94$

Il rendimento elettrico non influenza più in alcun modo lo scambio energetico tra fluido e girante quindi si ottiene:

$$\dot{L}_{\eta_M} = \dot{m} \frac{p_2 - p_1}{\rho \eta_H \eta_M \eta_{EL}} = \frac{\dot{L}_{is}}{\eta_H \eta_M \eta_{EL}} = 248 \text{ W}$$

Per il calcolo dell'incremento di temperatura associato alla trasformazione irreversibile con $\eta_H=0.7$ dalla definizione di rendimento:

$$\eta_H = \frac{gH}{l} = \frac{l - (u_2 - u_1)}{l}$$

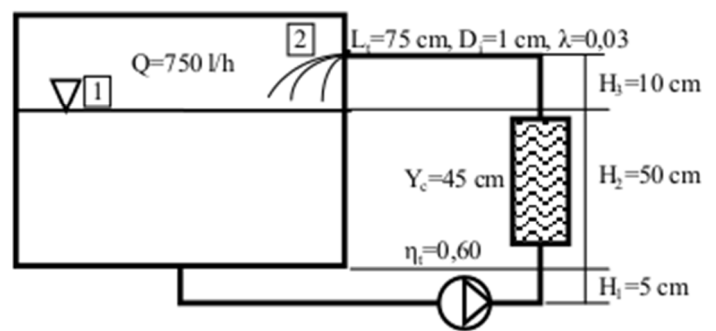
Si osserva che l'incremento di temperatura è associato alla variazione di energia interna del fluido, quindi:

$$(u_2 - u_1) = c_{H_2O}(T_2 - T_1) = (1 - \eta_H)l_{\eta_H} = \frac{(1 - \eta_H)}{\eta_H} \frac{p_2 - p_1}{\rho}$$

da cui $(T_2 - T_1) = 0,03^\circ\text{C}$

e dove c_{H_2O} è il calore specifico dell'acqua preso pari a $4186 \text{ J}/(\text{kg K})$. L'innalzamento è dunque modesto. Come già evidenziato, è importantissimo riconoscere che nella valutazione dell'incremento di temperatura deve comparire solo il rendimento idraulico perché è quello che fa riferimento al processo termodinamico del fluido. Gli altri rendimenti invece sono esterni a questo processo.

2. L'acquario in figura è costituito da una vasca la cui superficie di base è 0.25 m^2 riempita d'acqua fino a 50 cm sopra il fondo, da tubi di diametro interno di 1 cm , lunghezza totale di 75 cm e fattore di attrito di 0.03 , e da una elettropompa di rendimento complessivo di 0.60 posta 5 cm sotto il fondo. La pompa spinge l'acqua attraverso i filtri, caratterizzati da una



perdita concentrata di 45 cm , ad una quota di 10 cm superiore al livello di riempimento. Sapendo che la portata di acqua circolante è 750 l/h , scrivere opportunamente l'equazione di Bernoulli tra il livello 1 e l'efflusso in 2. Inoltre determinare la velocità di efflusso in 2, le perdite

totali nei tubi, la prevalenza fornita dalla pompa e la potenza elettrica assorbita da essa e infine la temperatura dell'acqua dopo 1h di funzionamento dell'impianto (ρ acqua = 1000 kg/m³).

Traccia di soluzione

In questo caso l'impianto è costituito da un sistema chiuso caratterizzato da perdite di carico concentrate e distribuite. Analogamente a quanto visto in precedenza:

$$l = (u_2 - u_1) + \left(\frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) + \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} \right) + (gz_2 - gz_1)$$

in cui la sezione 1 corrisponde al pelo libero dell'acquario mentre la sezione 2 corrisponde allo scarico del circuito nell'acquario. Anche in questo caso la pressione in corrispondenza delle due sezioni è la medesima e pari a quella atmosferica. La velocità al punto 1 è trascurabile, ma resta incognita la velocità alla sezione 2. Otteniamo così:

$$H_c = \frac{V_2^2}{2} + (Z_2 - Z_1) + (Y_{distr} + Y_{conc})$$

dove $Y_{conc} = 45 \text{ cm} = 0.45 \text{ m}$ e $Y_{distr} = \lambda \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g}$ ricordando che la velocità alla sezione 2 è quella che si misura lungo l'intera linea.

Esprimendo la velocità in funzione della portata nota: $V_2 = \frac{Q}{S}$ si ottiene la prevalenza richiesta $H = 1.71 \text{ m}$

Per calcolare la potenza richiesta alla macchina è necessario tenere conto del rendimento $\eta = \frac{gH}{l} = \frac{l-l_w}{l}$ e cioè di quella parte di energia che fornita alla macchina è finita in energia interna e non conteggiata nella energia meccanica:

$$W = \dot{m}l = \rho Q \frac{gH}{\eta} = 5.8 \text{ W}$$

Per calcolare l'incremento di temperatura dopo un'ora di funzionamento basta calcolare la massa di acqua contenuta nel sistema m_{tot} e valutare quanta energia ha ricevuto attraverso la pompa nel medesimo tempo. Questo poiché si tratta di un circuito chiuso e tutta la potenza fornita sarà dissipata per azione viscosa all'interno del sistema:

$$Q = \Delta U = W\Delta t = m_{tot}c_L\Delta T$$

da cui $\Delta T = 0.04 \text{ }^\circ\text{C}$

3. Alla flangia di ingresso (sezione $S_1=1.5 \text{ m}^2$) di una turbina idraulica vengono misurati i seguenti valori: temperatura $T_1=10 \text{ }^\circ\text{C}$, pressione $P_1 = 46 \text{ bar}$, velocità $V_1= 1.5 \text{ m/s}$. Alla flangia di uscita, posizionata 10 m sotto quella di ingresso, si rileva: $P_2=1 \text{ bar}$, $V_2= 2 \text{ m/s}$, $T_2=T_1+0.26 \text{ K}$.

Da una analisi di scambio termico attraverso le pareti della macchina si valuta che durante l'attraversamento della macchina l'acqua assorbe una potenza termica pari a 690,9 kW. Sulla base di quanto sopra si calcoli la potenza disponibile all'asse, il lavoro dissipato e il rendimento della macchina.

Traccia di soluzione

Nota la densità dell'acqua è possibile subito calcolare la portata in massa elaborata dalla macchina:

$$\dot{m} = \rho V_1 S_1 = 2250 \text{ kg/s}$$

Per calcolare gli scambi energetici si scrive il bilancio energetico attraverso la macchina:

$$\dot{m} \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 \right) + \dot{Q} = \dot{L} + \dot{m} \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 \right)$$

da cui esplicitando i termini entalpici e riordinando:

$$\dot{L} = \dot{Q} + \dot{m} \cdot \left[(u_1 - u_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) \right] = 8,59 \text{ MW}$$

in cui dai dati è nota la differenza di quota, le pressioni, le temperature e le velocità di ingresso e uscita.

Come osservato in precedenza, per definizione, la potenza dissipata e trasformata in energia interna attraverso la macchina è $\dot{L}_{diss} = (1 - \eta_H) \dot{L}$. Ma questa non è l'unica sorgente di energia che contribuisce alla variazione della energia interna, infatti è presente uno scambio termico attraverso le pareti della macchina. La somma dei due termini fornisce il risultato complessivo sull'energia interna:

$$\dot{L}_{diss} + \dot{Q} = \dot{m} \cdot (u_1 - u_2) = \dot{m} \cdot c_{H_2O} (T_2 - T_1)$$

$$\text{da cui } l_{diss} = \frac{\dot{L}_{diss}}{\dot{m}} = c_{H_2O} (T_2 - T_1) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} = 781 \text{ J/kg}$$

Infine il rendimento:

$$\eta_H = \frac{\dot{L}}{\dot{L} + \dot{L}_{diss}} = 0,83$$